

MODELAGEM MATEMÁTICA E PROBLEMAS DE FERMI NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Jani Lais dos Santos Alves¹
Elcio Schuhmacher²

RESUMO

Atualmente, percebe-se que poucas pessoas conseguem aplicar conceitos matemáticos de forma lógica em situações do cotidiano ou em outras áreas do conhecimento. Em sala de aula, professores de matemática, muitas vezes, se esforçam para proporcionar aos estudantes problemas que vão além de exercícios rotineiros. A literatura apresenta diferentes tipos de problemas matemáticos: os problemas habituais, encontrados em livros didáticos, que envolvem pouca interpretação; os problemas de aplicação, que exigem a tradução de situações do mundo real para a matemática, mas com complexidade limitada; e, por fim, os problemas de modelagem, que envolvem estimativas, resolução e interpretação. Este artigo apresenta uma pesquisa acerca do Estado da Questão sobre o uso da modelagem matemática para resolver problemas de estimativa, com foco nos problemas de Fermi no ensino básico. Alguns autores indicam que a modelagem matemática é uma estratégia interessante para a sala de aula, destacando seu potencial para auxiliar na resolução de problemas e na compreensão conceitual da matemática por meio de estimativas, especialmente através dos problemas de Fermi. A utilização de problemas de Fermi no ensino de matemática é vista como uma abordagem que estimula os alunos a fazerem estimativas criativas e a aplicarem relações matemáticas em problemas cotidianos. Além disso, a modelagem matemática, por meio de estimativas contextualizadas no ambiente sociocultural dos alunos, favorece uma aprendizagem mais significativa. Essa abordagem incentiva a reflexão sobre modelos matemáticos e desenvolve a lógica e a autonomia dos estudantes na resolução

1 Mestranda do Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Regional de Blumenau – FURB – SC, jlsalves@furb.br;

2 Professor Dr. Departamento de Física da Universidade Regional de Blumenau – FURB – SC, elcio@furb.br.

de problemas do dia a dia, sem depender de fórmulas ou cálculos exatos. Assim, permite encontrar soluções lógicas e criar estratégias fundamentadas para a tomada de decisões no cotidiano.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Estimativas, Problemas de Fermi.

INTRODUÇÃO

Este artigo apresenta os resultados de um levantamento bibliográfico sobre o Estado da Questão na área da Educação Matemática, abordando a temática da Modelagem Matemática (MM), das Estimativas e dos Problemas de Fermi (PF). A realização do Estado da Questão possibilita conhecer o panorama das pesquisas e estudos na área, caracterizando e sugerindo pontos de reflexão que permitam uma melhor compreensão da natureza do conhecimento produzido pela MM. Além disso, pode contribuir para impulsionar reorientações e definir prioridades a serem adaptadas no desenvolvimento de novos trabalhos de pesquisa em Estimativas e PF.

O objetivo central deste estudo é analisar a evolução das pesquisas em Modelagem Matemática, com destaque para a análise relacionada à MM e aos PF.

ENQUADRAMENTO TEÓRICO

A Modelagem Matemática (MM) é apresentada como uma estratégia que torna o ensino de Matemática mais significativo e próximo da realidade dos alunos. Ao transformar problemas do cotidiano em questões matemáticas e vice-versa, a MM incentiva o raciocínio, a resolução de problemas e a construção do conhecimento matemático. Segundo Bassanezi (2009, p. 24), “a modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual”.

Sob essa perspectiva, a MM auxilia os alunos a desenvolverem a capacidade de construir o conhecimento matemático por meio da abordagem de situações-problema, como destacado por D’Ambrosio (1986), que aponta a Modelagem como um processo enriquecedor para enfrentar situações reais, permitindo a solução efetiva de problemas do mundo real, e não apenas a resolução de problemas artificiais.

Um dos aspectos da MM é a estimativa, que consiste em fazer aproximações numéricas com base nas informações disponíveis. Os Problemas de Fermi, que exigem estimativas e a criação de modelos simplificados, são excelentes exemplos de como a MM pode ser utilizada para desenvolver essa habilidade.

Diversos estudos, como os de Albarracín e Gorgorió (2014) e Fontanive, Klein e Rodrigues (2012), destacam a importância do ensino da estimativa. Segundo esses autores, a estimativa não apenas auxilia na resolução de problemas, mas também desenvolve o pensamento crítico e a capacidade de tomar decisões.

Ao propor situações-problema do cotidiano, a MM, aliada à estimativa e aos Problemas de Fermi, permite que os alunos façam suposições sobre a situação, identifiquem informações relevantes, descartem as irrelevantes, traduzam situações reais para a linguagem matemática, realizem aproximações numéricas e deem significado aos resultados obtidos.

Para Smoothery (1998, p. 7), “uma estimativa é um palpite inteligente. Não é um número qualquer escolhido a esmo, mas um número baseado na observação e no raciocínio”. Já Schuhmacher, Denke e Marschalek (2021, p. 3), afirmam que “a capacidade de estimar tamanhos ou quantidades é útil tanto no cotidiano quanto nas ciências, pois permite uma verificação rápida e aproximada, sem a necessidade de cálculos exatos, buscando-se uma aproximação de valores”.

Os Problemas de Fermi são definidos por Ärlebäck (2009, p. 331), “como problemas abertos, fora do padrão, que exigem que os alunos façam suposições sobre uma situação-problema e calculem quantidades relevantes antes de realizar, frequentemente, cálculos simples”.

Nesse contexto, a MM se configura como um processo rico e abrangente, que vai além da mera resolução de exercícios, conectando a Matemática com o mundo real e contribuindo para a formação de cidadãos mais críticos e autônomos.

O ESTADO DA QUESTÃO

O presente estudo realiza uma revisão sistemática da literatura nacional, com o objetivo de mapear a produção científica sobre a utilização da Modelagem Matemática (MM), com ênfase em Estimativas e Problemas de Fermi, no período compreendido entre 2018 e 2024. A metodologia adotada segue as orientações de Nóbrega-Therrien e Therrien (2004) para a construção de um Estado da Arte.

Segundo Nóbrega-Therrien e Therrien (2011), trabalhar o Estado da Questão:

[...] é uma maneira que o estudante/pesquisador pode utilizar para entender e conduzir o processo de elaboração de sua monografia, dissertação ou tese, ou seja, de produção científica com relação ao desenvolvimento de seu tema, objeto de sua investigação. É um modo particular de entender, articular e apresentar determinadas questões mais diretamente ligadas ao tema ora em investigação. (Nóbrega-Therrien; Therrien, 2010, p. 36).

Os autores também destacam que o Estado da Questão (EQ) delimita a “construção do objeto de investigação”, baseado na busca “seletiva e crítica” das informações e no confronto dessas com as ideias do pesquisador.

A pesquisa foi desenvolvida por meio de uma busca sistemática em bases de dados especializadas, como CAPES, SciELO e Google Acadêmico, utilizando descritores como “modelagem matemática”, “estimativa”, “Problemas de Fermi”, “ensino de matemática” e suas combinações. Os resultados da busca foram filtrados por período de publicação, tipo de documento (artigos científicos, dissertações, teses) e idioma (português).

A análise dos trabalhos permitiu identificar as principais tendências de pesquisa na área, as lacunas existentes e as contribuições para o campo da Modelagem Matemática. Além disso, essa análise auxiliou na identificação dos marcos teóricos utilizados, das metodologias empregadas, dos resultados e das implicações para a prática pedagógica.

O estudo pretende contribuir para o conhecimento sobre a utilização dos Problemas de Fermi no ensino de Matemática, fornecendo um panorama atualizado da produção científica brasileira e apontando novas possibilidades de pesquisa. Os resultados obtidos servem como base para o desenvolvimento de uma investigação futura no âmbito do Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, na Universidade Regional de Blumenau/SC, tanto no campo da Modelagem Matemática quanto em outras áreas do conhecimento.

METODOLOGIA

Nesta pesquisa, o Estado da Questão tem como objetivo evidenciar a evolução dos estudos produzidos sobre Modelagem Matemática (MM), no período de 2018 até o primeiro trimestre de 2024, com foco nas pesquisas realizadas sobre estimativas e, de modo particular, nos Problemas de Fermi, sua utilização e ascensão no Brasil ao longo desse período.

A investigação busca identificar as características e os objetos de conhecimento adotados nas pesquisas que tratam da Modelagem Matemática e da aplicação de estimativas, utilizando os Problemas de Fermi para alunos da Educação Básica. Pergunta-se, ainda, quais são as orientações teóricas e práticas evidenciadas nos artigos analisados, bem como as perspectivas sobre MM, estimativas e Problemas de Fermi (PF). Também se investiga as principais conclusões, reflexões e implicações apresentadas nos estudos.

Com o intuito de conhecer as produções existentes e as diferentes visões teóricas sobre o tema, foi realizado um mapeamento bibliográfico de produções publicadas em periódicos nacionais, a fim de identificar possíveis lacunas no conhecimento sobre o assunto.

Para isso, o levantamento bibliográfico foi conduzido em portais de teses e dissertações disponíveis na Internet. O trabalho foi organizado em etapas, ao longo das quais foi sendo construído, de forma crítica e reflexiva, o EQ. As etapas foram:

- **Etapa 1** – Escolha dos locais de busca: Os portais selecionados foram a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD IBICT), o Portal de Periódicos da FURB, a Scientific Electronic Library On-Line (SciELO) e o Google Acadêmico. A escolha dessas plataformas se justifica pela disponibilidade e relevância das produções publicadas nelas.
- **Etapa 2** – Definição:
 - I) do intersticial temporal** - delimitação dos trabalhos publicados nos últimos seis anos (2018 a 2024), a definição para delimitar o período de publicação dos trabalhos se fez necessária, pois em 22 de dezembro de 2017 foi publicada a Resolução CNE/CP nº 2, que institui e orienta a implantação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) a ser respeitada obrigatoriamente ao longo das etapas e respectivas modalidades no âmbito da Educação Básica. A BNCC enfatiza que, para efetivar os propósitos matemáticos, é necessário que os estudantes desenvolvam habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas.
 - II) das fontes de pesquisa:** Na busca da produção científica, é fundamental explicar a razão pela qual as bases foram escolhidas. Para um levantamento sobre o tema no cenário de pesquisas de pós-gradua-

ção em âmbito nacional utilizou-se a base de dados Base de Dados de Teses e Dissertações da CAPES. A busca na Biblioteca da Universidade Regional de Blumenau - FURB, se faz necessária para conhecer o EQ das pesquisas realizadas sobre o objeto de estudo em um contexto próximo. E por último realizou-se uma busca no Portal da SciELO, o qual mostra pesquisas em âmbito nacional e internacional e, posteriormente, no portal Google Acadêmico.

III) dos descritores: O levantamento foi realizado com a combinação das palavras chaves: *Modelagem Matemática*, *Resolução de Problemas*, *Estimativas e Problemas de Fermi*.

IV) dos métodos de inclusão e exclusão: trabalhos científicos completos e originais publicados em português; e, artigos publicados que se repetiram, bem como os artigos que não abordavam o objeto de estudo da pesquisa ou que fugiram do tema proposto, respectivamente.

- **Etapa 3** – Seleção das produções científicas nos locais de buscas. Na tabela abaixo são apresentadas as publicações que demonstraram afinidade com o objeto de estudo.
- **Etapa 4** – Mapeamento e organização dos dados. Os trabalhos foram mapeados e estruturados em quadros segundo: Título, Autor e Ano – Objetivo da Pesquisa – Público-alvo.
- **Etapa 5** – Análise crítica das produções.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O mapeamento bibliográfico realizado na BDTD, utilizando os descritores “*Modelagem Matemática*” e “*Resolução de Problemas*”, revelou um número significativo de trabalhos publicados no Brasil nos últimos anos, indicando um crescente interesse pela área. Ao restringir a busca ao período de 2018 a 2024 considerando as pesquisas mais recentes, foram encontrados 2652 trabalhos. No entanto, ao adicionar o descritor “*Resolução de Problemas*”, a quantidade de publicações foi reduzida em aproximadamente 85%, resultando em 405 publicações. Esse dado sugere que, nas pesquisas brasileiras, nem sempre a resolução de problemas está diretamente associada à Modelagem Matemática.

Ao adicionar o descritor “*Estimativa*”, a busca tornou-se ainda mais específica, resultando em apenas 13 trabalhos. A análise dos títulos e resumos dessas produções indicou que poucos abordavam a temática dos Problemas de Fermi de maneira aprofundada, evidenciando uma lacuna na pesquisa brasileira sobre esse tema.

É importante ressaltar que a busca na BDTD pode não abranger todas as publicações relacionadas ao tema, especialmente aquelas que não estão indexadas nessa base de dados. Além disso, uma comparação com a produção científica de outros países poderia fornecer insights adicionais sobre as tendências internacionais.

Diante dos resultados encontrados, sugere-se que futuras pesquisas investiguem a formação de professores para o ensino de Modelagem Matemática, bem como a elaboração de materiais didáticos que explorem os Problemas de Fermi. Essas investigações poderiam preencher a lacuna identificada na pesquisa brasileira e promover o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico nos estudantes.

Prosseguindo na busca consultou-se a biblioteca digital da Universidade Regional de Blumenau (FURB), utilizando os descritores anteriores, a escolha se deve por ser a principal base de dados de teses e dissertações regional. Foram considerados apenas trabalhos completos, publicados em português, nas áreas de Educação Matemática e Ensino de Ciências. No entanto, poucos trabalhos dentro, do escopo da pesquisa, foram encontrados.

Posteriormente, a busca foi ampliada para a base de dados SciELO, utilizando os mesmos descritores e restringindo a pesquisa ao período de 2018 a 2024, para garantir a relevância dos estudos ao contexto atual. Foram encontrados 93 trabalhos utilizando o descritor “*Modelagem Matemática*”, mas ao adicionar o descritor “*Resolução de Problemas*”, a quantidade de trabalhos foi significativamente reduzida.

Diante da escassez de trabalhos encontrados nas bases de dados nacionais, optou-se por expandir a busca para o Google Acadêmico. Utilizando os termos de busca ‘*Modelagem Matemática*’ AND ‘*Problemas de Fermi*’ AND ‘*Resolução de Problemas*’, e filtrando os resultados para incluir apenas artigos publicados em periódicos indexados nas bases de dados SciELO, ERIC e Scopus, foi possível identificar uma quantidade maior de trabalhos. No entanto, a avaliação da qualidade e relevância dessas publicações foi desafiadora devido à heterogeneidade dos dados disponíveis.

A análise dos resultados revelou que a maior parte dos estudos se concentra na área de Modelagem Matemática, com um menor número de pesquisas abordando especificamente os Problemas de Fermi. A tabela 1 apresenta um resumo dos trabalhos selecionados para análise, em ordem cronológica, destacando título, autor e ano de publicação.

Quadro 1 – Trabalhos Inventariados

Nº	Dissertação - Artigo	Título	Autor e ano
T1	Artigo	Los Problemas de Fermi y las Modelling Eliciting Activities como un recurso para fomentar la Modelización Matemática entre el alumnado de Educación Primaria.	Toalongoa, Ximena; Trellesb, César; Alsinac, Ángel. 2024.
T2	Dissertação	As contribuições das estimativas de Fermi para o ensino e a aprendizagem de função afim.	Santos Júnior, José Magalhães dos. 2023.
T3	Artigo	Problemas de Fermi: uma oportunidade para o desenvolvimento do conhecimento e de habilidades na aula de matemática.	Amado, Nélia. 2023.
T4	Artigo	Análisis de modelos para la estimación de cantidades irregularmente distribuidas.	Montejo-Gámez, J., Fernández-Ahumada, Martínez Jiménez, E., Adamuz-Povedano, N. 2023.
T5	Artigo	Esquemas de resolución de problemas de Fermi como herramienta de diseño y gestión para el profesor.	Albarracín, Lluís; Årlebäck Jonas B. 2022.
T6	Artigo	Análisis de los factores de complejidad en planes de resolución individuales y resoluciones grupales de problemas de estimación de contexto real.	Segura, Carlos; Ferrando, Irene; Albarracín, Lluís. 2021.
T7	Artigo	A estimativa em um calendário de pontes com problemas de Fermi.	Schuhmacher, E.; Denke, R.; Marschalek, R. 2021.
T8	Artigo	Fomento de la flexibilidad matemática através de una secuencia de tareas de modelización.	Ferrando, Irene; Segura, Carlos. 2020.

Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2024.

A revisão da literatura permitiu identificar uma diversidade de estudos sobre o tema. No Quadro 2, apresenta-se uma síntese dos objetivos gerais de cada trabalho, o que possibilita uma análise comparativa das diferentes abordagens e temáticas. Essa sistematização facilita a identificação das contribuições individuais de cada pesquisa e suas inter-relações com o escopo geral da inves-

tigação, que busca compreender os impactos das contribuições dos problemas de estimativas de Fermi para o processo de ensino e aprendizagem.

Quadro 2 - Objetivos dos trabalhos selecionados para análise

Nº	Objetivo da Pesquisa
T1	O objetivo desta pesquisa é descrever e compreender os processos de modelagem matemática através das produções e reações dos alunos equatorianos no Ensino Fundamental (10-11 anos) quando resolvem uma dessas atividades.
T2	Conhecer as contribuições dos problemas de estimativas de Fermi para o ensino e a aprendizagem de função afim por meio da elaboração de modelos matemáticos com alunos da primeira série do ensino médio de uma escola da rede estadual do município de Itapipoca-CE.
T3	Apresentar e discutir alguns conceitos teóricos relacionados com a resolução de problemas e partilhar uma experiência de ensino realizada em duas turmas do ensino básico, em Portugal. Destacar alguns conceitos e competências matemáticas que foram mobilizadas na resolução do problema proposto e que estão presentes nos documentos oficiais portugueses e brasileiros.
T4	Identificar os modelos produzidos pelos alunos do Curso de Licenciatura em Educação Básica para abordar uma tarefa de estimativa na qual os objetos a serem lançados são distribuídos irregularmente sobre a área em que é estimado. Conhecer as semelhanças e características novas destes modelos em relação às estratégias de realizar tarefas de estimativa de grandes quantidades encontradas na literatura.
T5	Se presenta una caracterización de las resoluciones posibles a un problema de Fermi a partir de los Esquemas de Resolución de Problemas de Fermi (ERPF)/Apresentar uma caracterização das possíveis soluções para um problema de Fermi a partir dos Esquemas de Resolução de Problemas de Fermi (ERPF) é apresentada.
T6	O objetivo é determinar quais fatores de complexidade enriquecem as resoluções individuais e quais são as que enriquecem as resoluções de grupo. Além disso, identificam-se quais as características do contexto real que incentivam os alunos a incluírem determinados fatores de complexidade, tanto em planos de resolução individuais como em resoluções de grupo.
T7	Apresentar o resultado do projeto de pesquisa “MathBridges”, o qual explora a habilidade de resolver problemas usando de estimativas baseadas no cotidiano, usando de um calendário de pontes do mundo contendo problemas de Fermi.
T8	O objetivo central do estudo é analisar se os alunos são capazes de adaptar os seus planos para a resolução de acordo com aspectos relacionados ao contexto da tarefa, mudança de estratégia de uma tarefa para outra, se esses aspectos variam.

Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2024.

A análise dos objetivos das pesquisas selecionadas na revisão de literatura revela uma convergência em torno da utilização de problemas de Fermi como ferramenta didática para o desenvolvimento de habilidades de modelagem matemática e estimativa.

Os estudos consultados demonstram um consenso em explorar o potencial dos problemas de Fermi para estimular a construção de modelos matemáticos

simplificados, especialmente em contextos de ensino fundamental e médio, abrangendo conteúdos como função afim e geometria.

Um aspecto relevante identificado na literatura é a diversidade de abordagens metodológicas empregadas nas pesquisas. Os estudos analisados evidenciam a importância tanto do trabalho individual quanto do trabalho colaborativo em grupo, e se destaca a relevância apresentada, em promover a interação entre os estudantes durante a resolução dos problemas. Além disso, a utilização de contextos reais e cotidianos emerge como uma estratégia promissora para tornar o ensino de matemática mais significativo e engajador para os alunos.

Outro ponto em comum nas pesquisas é o reconhecimento da importância da formação docente para a implementação eficaz de problemas de Fermi em sala de aula. Os estudos apontam a necessidade de desenvolver competências específicas em professores, como a capacidade de propor problemas desafiadores e adequados ao nível de conhecimento dos estudantes, de estimular a discussão e a argumentação, e de avaliar o processo de modelagem matemática.

Considerando os objetivos das pesquisas analisadas, percebe-se que existe uma lacuna nos estudos investigados, a qual a pesquisa em andamento se propõe aprofundar, explorando a interface entre a modelagem matemática e a função afim, utilizando os problemas de Fermi como uma metodologia de ensino.

A análise dos trabalhos selecionados permite afirmar que os problemas de Fermi podem ser utilizados para promover a compreensão dos conceitos de função afim e, ao mesmo tempo, desenvolver habilidades de modelagem matemática em estudantes do ensino fundamental e médio. Nesse contexto, a pesquisa contribui para a literatura acadêmica. Ao aprofundar a compreensão do potencial dos problemas de Fermi para o ensino de matemática, a pesquisa a se desenvolver contribuirá para a produção de conhecimentos, que possam subsidiar a prática docente e o desenvolvimento de materiais didáticos mais eficazes.

Com base nos critérios de análise definidos, o Quadro 3 organiza e apresenta o público-alvo de cada um dos trabalhos selecionados, no qual se pode visualizar as faixas etárias e níveis de ensino abordados nas pesquisas, evidenciando a diversidade de contextos educacionais em que os problemas de Fermi e a modelagem matemática foram aplicados.

Quadro 3 – Público-Alvo e turmas dos trabalhos selecionados para análise

Nº	Público-alvo e turma na qual a pesquisa foi desenvolvida
T1	Alunos e professores de matemática, desenvolvida em uma turma de 6º ano do ensino Fundamental.
T2	Professores de matemática e alunos, desenvolvida em uma turma do 1º ano do Ensino Médio.
T3	Professores de matemática e estudantes, desenvolvida na formação de professores em duas turmas, uma de 7º e outra de 8º ano do ensino Fundamental.
T4	Professores de matemática, desenvolvida na formação inicial com alunos do Curso de Licenciatura em Educação Básica.
T5	Professores de matemática, desenvolvida na formação inicial com alunos do Curso de Licenciatura em Educação Básica.
T6	Professores de matemática e alunos da educação primária.
T7	Professores de física, desenvolvido com alunos cursando o primeiro semestre de Licenciatura em Física
T8	Professores da educação primária, desenvolvido na formação inicial de professores da educação Básica

Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2024.

A análise do público-alvo das pesquisas revela um predomínio de estudos direcionados à formação inicial de professores, com ênfase em sua capacitação para o uso de problemas de Fermi. Essa concentração evidencia uma lacuna significativa na literatura, uma vez que são escassas as investigações que exploram a aplicação prática dessa metodologia em sala de aula, especialmente nos níveis de ensino fundamental e médio.

Embora os trabalhos consultados demonstrem o potencial dos problemas de Fermi para o desenvolvimento profissional docente, há uma carência de estudos que investiguem de forma aprofundada os processos de ensino e aprendizagem envolvidos na implementação dessa abordagem em contextos de sala de aula. Questões como a escolha de problemas adequados, a organização de atividades colaborativas, a utilização de recursos tecnológicos e a avaliação do aprendizado dos alunos ainda carecem de maior investigação.

Os resultados da revisão apontam para uma oportunidade ímpar de pesquisa, a qual consiste em explorar a aplicação direta dos problemas de Fermi em sala de aula, com foco no ensino fundamental, utilizando a modelagem matemática e o estudo da função afim. Essa proposta de pesquisa visa contribuir para a compreensão dos processos de ensino e aprendizagem envolvidos na resolução de problemas de Fermi, bem como para a identificação dos impactos dessa metodologia no desenvolvimento de habilidades matemáticas nos estudantes.

O levantamento da literatura permitiu identificar os principais autores que embasam as pesquisas sobre modelagem matemática, estimativas e problemas de Fermi. Esses autores fornecem um arcabouço teórico sólido para a investigação proposta, possibilitando a construção de um referencial teórico robusto e a delimitação do campo de estudo.

A revisão da literatura permitiu identificar um conjunto diversificado de autores que abordam a temática da MM, Estimativas e dos problemas de Fermi. No Quadro 4, apresenta-se uma organização dos principais autores citados em cada tema, indicando as pesquisas que se baseiam em suas teorias. Essa sistematização facilita a visualização das conexões teóricas entre os estudos e destaca as referências mais relevantes em cada área, contribuindo para uma compreensão mais aprofundada do estado da arte em relação ao uso de problemas de Fermi no ensino de matemática.

Quadro 4 – Principais autores citados nos trabalhos selecionados para análise

Tema	Principais autores	Autores citados.
Modelagem Matemática	Albarracín; Ärlebäck; Blum; Ferrando; Kaiser; Sriraman; Stillman	T1, T3, T4, T5, T6, T7 e T8
Modelagem matemática	Barbosa; Bassanezi; Biembengut; Burak; Hein	T2
Estimativas	Albarracín; Ärlebäck; Castro; Ferrando; Fontanive; Gorgorió; Greeno; Klein; Knott; Lesh; Peter-Koop; Pla-Castells; Rodrigues; Segovia; Segura; Siegel; Smoothey; Sriraman	T1, T3, T4, T5, T6, T7 e T8
Estimativas	Kuhr; Knopf; Smoothey; Miguel	T2
Problemas de Fermi	Abrams (2011) Albarracín (2017 e 2014) Albarracín e Gorgorió (2013 e 2019) Ärlebäck (2009, 2017), Carlson (1997) Efthimiou e Llewellyn (2007) Ferri (2018) Navarro (2013) Sriraman y Knott (2009)	T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7 e T8

Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2024.

A análise das referências bibliográficas dos estudos investigados revela a predominância de Albarracín e Ärlebäck como autores de referência na área de modelagem matemática, com destaque para a utilização de problemas de Fermi como ferramenta didática. A obra desses pesquisadores, caracterizada por uma abordagem construtivista e sociocultural, exerce uma influência significativa na

comunidade acadêmica internacional, sendo frequentemente citada em estudos sobre modelagem matemática e resolução de problemas.

No contexto brasileiro, Bassanezi se destaca como um dos principais expoentes da modelagem matemática, tendo contribuído significativamente para a consolidação dessa área de pesquisa no país. No entanto, ao se analisar mais especificamente as pesquisas que abordam os problemas de Fermi, observa-se uma menor produção nacional em comparação à internacional. Os estudos brasileiros, mesmo aqueles que se baseiam na obra de Bassanezi, tendem a complementar sua fundamentação teórica com as contribuições de autores estrangeiros, como Albarracín e Ärlebäck.

Essa constatação evidencia a relevância das pesquisas internacionais para o desenvolvimento da área de modelagem matemática no Brasil, especialmente no que se refere à utilização de problemas de Fermi. A ausência de uma produção nacional mais robusta nessa temática indica uma lacuna a ser explorada por futuras pesquisas, que podem contribuir para a construção de um corpo teórico mais sólido e contextualizado para o ensino de matemática no país.

A dependência da literatura internacional, por um lado, demonstra a necessidade de aprofundar os estudos sobre problemas de Fermi no contexto brasileiro, adaptando as propostas teóricas e metodológicas às especificidades da educação nacional. Por outro lado, essa dependência também revela a importância de estabelecer diálogos entre as diferentes perspectivas teóricas, a fim de enriquecer a compreensão dos processos de ensino e aprendizagem envolvidos na resolução de problemas de Fermi.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A revisão sistemática do Estado da Questão revelou um interesse crescente na utilização de Problemas de Fermi como recurso didático para o ensino de Estimativas e Modelagem Matemática. Os estudos analisados demonstram o potencial dessa abordagem para desenvolver habilidades como modelagem cognitiva, resolução de problemas autênticos e pensamento crítico. Além disso, a aplicação de Problemas de Fermi tem se mostrado eficaz em aumentar o engajamento e a motivação dos alunos, tornando o aprendizado de Matemática mais significativo.

No entanto, a pesquisa identificou algumas lacunas importantes. A maioria dos estudos se concentra na formação inicial de professores, evidenciando a

necessidade de investigações que explorem a implementação de Problemas de Fermi em contextos de sala de aula com alunos de diferentes níveis de ensino. Esse fato pode indicar, entre outras hipóteses, que a Matemática continua sendo ensinada como um conhecimento pronto e acabado. Assim, os professores enfrentam dificuldades em percebê-la como um processo em construção, neste sentido, estudos que sistematizem estratégias para a implementação dos PF em sala de aula são necessários.

Além disso, há uma carência de estudos que analisem o impacto a longo prazo da utilização dessa metodologia no desempenho dos estudantes e no desenvolvimento de suas competências matemáticas. Sendo assim, é necessário ampliar as pesquisas para incluir uma maior variedade de problemas e contextos educacionais, bem como explorar a eficácia dessa abordagem em diferentes níveis de ensino.

Considera-se que a utilização dos PF é uma mudança de atitude e postura, e que demanda tempo, pesquisa e formação contínua. Há, portanto, uma necessidade de ampliar as pesquisas para investigar a eficácia da utilização de Problemas de Fermi em diferentes contextos de ensino e com diferentes públicos.

Outra lacuna identificada refere-se à escassez de estudos que investiguem a relação entre a resolução de Problemas de Fermi e o desenvolvimento do pensamento proporcional e da alfabetização matemática. A maioria dos estudos concentra-se na análise de habilidades mais específicas, como a capacidade de estimar e modelar situações-problema.

Os resultados da revisão sistemática permitem concluir que:

- A MM, associada à resolução de Problemas de Fermi, apresenta-se como uma promissora alternativa metodológica para o ensino de Matemática;
- A utilização de PF contribui para o desenvolvimento de habilidades essenciais para a vida, como a resolução de problemas, o pensamento crítico e a tomada de decisões;
- É fundamental explorar a relação entre a resolução de PF e o desenvolvimento de competências matemáticas mais complexas, como o pensamento proporcional e a alfabetização matemática;
- A formação continuada de professores é essencial para a implementação de PF em sala de aula.

A presente pesquisa contribui para o campo da Modelagem Matemática ao fornecer um panorama atualizado sobre a utilização de Problemas de Fermi e ao identificar novas possibilidades de investigação.

Os resultados obtidos podem orientar futuras pesquisas, que podem explorar temas como:

- O desenvolvimento de sequências didáticas para o ensino de Problemas de Fermi;
- A análise do impacto da utilização de tecnologias digitais na resolução de PF;
- A investigação da relação entre a resolução de PF e o desenvolvimento do pensamento matemático;
- A formação de professores para a implementação de PF em sala de aula.

AGRADECIMENTOS

A presente pesquisa contou com o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina (FAPESC), a quem expressamos nossos sinceros agradecimentos. O incentivo e suporte proporcionados foram essenciais para o desenvolvimento deste trabalho, permitindo a continuidade das investigações e a obtenção de resultados significativos. A FAPESC desempenha um papel fundamental no fomento à pesquisa e inovação, contribuindo para o avanço do conhecimento científico e tecnológico no estado de Santa Catarina. Somos gratos por essa valiosa contribuição, que fortaleceu o processo de construção deste estudo.

REFERÊNCIAS

ALBARRACÍN, L.; GORGORIÓ, N. Devising a plan to solve Fermi problems involving large numbers. **Educational Studies in Mathematics**, v. 86, n. 1, p. 79–96, 2014.

ALBARRACÍN, L.; GORGORIÓ, N.; PIZARRO, N. Caracterización de las tareas de estimación y medición de magnitudes. In: Números: **Revista de Didáctica de las Matemáticas**, v. 91 mar. 2016, pp. 91-103.

ALBARRACÍN, L.; LÓPEZ-SIMÓ, V.; ÄRLEBÄCK, J. B. Repensando los problemas de Fermi para la enseñanza y aprendizaje de las ciencias. **Investigações Em Ensino De Ciências**, v. 26, n. 3, p. 56–68, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.22600/1518-8795.ienci2021v26n3p56>. Acesso em: 24 abr. 2024.

ALBARRACÍN, Lluís; ÄRLEBÄCK, Jonas B. Esquemas de resolución de problemas de Fermi como herramienta de diseño y gestión para el profesor. **Educación Matemática**, v. 34, n. 2, p. 289-302, ago. 2022. DOI: <https://doi.org/10.24844/EM3402.11>.

ALBARRACÍN, Lluís; GORGORIÓ, Núria. Problemas de estimación de grandes cantidades: modelización e influencia del contexto. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 16, n. 3, p. 289-315, 2013.

AMADO, Nélia. Problemas de Fermi: uma oportunidade para o desenvolvimento do conhecimento e de habilidades na aula de matemática. In: DULLIUS, Maria Madalena; NEIDE, Italo Gabriel (org.). **Experiências no ensino de ciências exatas** [recurso eletrônico]. Lajeado: Editora Univates, 2023. p. 25-43. Disponível em: www.univates.br/editora-univates/publicacao/406. ISBN 978-85-8167-300-4.

ÄRLEBÄCK, J. B. On the use of Realistic Fermi problems for introducing mathematical modelling in school. **The Montana Mathematics Enthusiast**, v.6. n.3, p.331-364, 2009. ÄRLEBÄCK, Jonas Bergman; ALBARRACÍN, Lluís. Developing a classification scheme of definitions of Fermi problems in education from a modeling perspective. In: **CERME 10**. 2017.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. Editora Contexto, 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>. Acesso em: 18 jun. 2024.

D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. 2. ed. São Paulo: Summus; Campinas: UNICAMP, 1986.

D'AMBROSIO, Ubiratan. A matemática nas escolas. **Educação Matemática em Revista**, v. 9, n. 11, p. 44-56, 2002.

DUVAL, R. (2006). Uma análise cognitiva de problemas de compreensão na aprendizagem de matemática. **Estudos Educacionais em Matemática**, 61(1/2), 103–Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/25472062>. Acesso em: 13 ago. 2024.

FERRANDO, I.; SEGURA, C. Fomento de la flexibilidad matemática a través de una secuencia de tareas de modelización. **AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática**, v. 17, p. 84–97, 2020

FONTANIVE, N. S.; KLEIN, R.; RODRIGUES, S. S. Boas práticas docentes no ensino da Matemática. **Estudos & Pesquisas Educacionais**, v. 3, p. 195-277, 2012.

MONTEJO-GÁMEZ, J.; FERNÁNDEZ-AHUMADA, E.; MARTÍNEZ-JIMÉNEZ, E.; ADAMUZ-POVEDANO, N. Análisis de modelos para la estimación de cantidades irregularmente distribuidas. In: JIMÉNEZ-GESTAL, C.; MAGREÑÁN, Á. A.; BADILLO, E.; IVARS, P. (Eds.). **Investigación en Educación Matemática XXVI**. SEIEM, 2023, p. 387–394.

NOBREGA-TERRIEN, Sílvia Maria; TERRIEN, Jacques. **Trabalhos científicos e o estado da questão**. Est. Aval. Educ. [online], v. 15, n. 30, pp. 5-16, 2004. ISSN 0103-6831. Disponível em: <http://educa.fcc.org.br/pdf/ea/v15n30/v15n30a01.pdf>. Acesso em: 28 abr. 2024.

SANTOS JÚNIOR, José Magalhães dos. **As contribuições das estimativas de Fermi para o ensino e a aprendizagem de função afim**. 2023. 84 f., il. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2023. Disponível em: http://bu.furb.br/docs/DS/2023/370051_1_1.pdf. Acesso em: 13 ago. 2024.

SCHUHMACHER, E.; DENKE, R.; MARSCHALEK, R. A estimativa em um calendário de pontes com problemas de Fermi. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 16, p. 1-22, 2021. Universidade Federal de Santa Catarina. ISSN 1981-1322. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2021.e80405>.

SEGURA, C.; FERRANDO, I.; ALBARRACÍN, L. Análisis de los factores de complejidad en planes de resolución individuales y resoluciones grupales de problemas de estimación de contexto real. **Quadrante: Revista de Investigación em**

Educação Matemática, v. 30, n. 1, p. 31-51, 2021. DOI: <https://doi.org/10.48489/quadrante.23592>.

SMOOTHEY, M. **Atividades e jogos com estimativas**. Tradução: S. Quadros. Revisão técnica: U. D'Ambrósio. São Paulo: Scipione, 1998.

TOALONGO, Ximena; TRELLES, César; ALSINA, Ángel. Los Problemas de Fermi y las Modelling Eliciting Activities como un recurso para fomentar la Modelización Matemática entre el alumnado de Educación Primaria. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, v. 13, n. 1, p. 58-92, 2024. DOI: <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2024.58-92>.

Educación Matemática en la Infancia, v. 13, n. 1, p. 58-92, 2024. DOI: <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2024.58-92>.