



UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA EM UMA DISCIPLINA DE CÁLCULO I

POTENTIALLY MEANINGFUL TEACHING UNIT FOR TEACHING ANALYTICAL GEOMETRY IN A SUBJECT OF DIFFERENTIAL CALCULUS I

FELIPE MENDES

Universidade Federal de Santa Maria - Campus Sede/Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências/
E-mail: felipe.mendes@ufsm.br

MARIA CECÍLIA PEREIRA SANTAROSA

Universidade Federal de Santa Maria - Campus Sede/Departamento de Matemática/Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências/E-mail: maria-cecilia.santarosa@ufsm.br

MARIZA CAMARGO

Universidade Federal de Santa Maria - Campus Frederico Westphalen/Departamento de Engenharia e Tecnologia Ambiental/E-mail: mariza@ufsm.br

RESUMO

A Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de David Ausubel destaca que o processo de ensino e aprendizagem precisa fazer com que o aluno consiga relacionar, de maneira não-arbitrária e não-literal, as novas informações recebidas com aspectos relevantes da sua estrutura cognitiva. Baseado nos princípios da TAS, este trabalho apresenta uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) sobre os conteúdos de Geometria Analítica Plana, a qual foi implementada numa turma da disciplina de Cálculo I num curso superior de bacharelado em Engenharia Florestal de uma universidade federal brasileira. De natureza qualitativa, este trabalho é composto pela UEPS criada (em 8 passos sequenciais), e ao fim de sua implementação foram analisados os mapas conceituais desenvolvidos pelos estudantes no 2º e 7º passo. Conclui-se dos resultados obtidos, que a utilização da UEPS pode favorecer a ocorrência da aprendizagem significativa dos estudantes, uma vez que o ensino promovido por essa sequência didática fez com que eles mostrassem evidências de aprendizagem significativa dos principais conceitos estudados.

Palavras-chave: Aprendizagem significativa; sequência didática; Geometria Analítica.

ABSTRACT

David Ausubel's Theory of Meaningful Learning (TAS) highlights that the teaching and learning process needs to enable the student to relate, in a non-arbitrary and non-literal way, the new information received with relevant aspects of their cognitive structure. Based on the principles of TAS, this work presents a Potentially Meaningful Teaching Unit (UEPS) on the contents of Flat Analytical Geometry, which was implemented in a Calculus I class in a bachelor's degree course in Forestry Engineering at a Brazilian federal university. Qualitative in nature, this work is composed of the UEPS created (in 8 sequential steps), and at the end of its implementation, the conceptual maps developed by the students in the 2nd and 7th steps were analyzed. It can be concluded from the results obtained that the use of UEPS can favor the occurrence of significant learning for students, since the teaching promoted by this didactic sequence caused them to show evidence of meaningful learning of the main concepts studied.

Keywords: Meaningful learning; didactic sequence; Analytic geometry.

INTRODUÇÃO

Na intenção de proporcionar uma aprendizagem com significados para os estudantes ingressantes em um curso de Engenharia Florestal, os autores desse trabalho criaram e implementaram em sala de aula uma sequência didática baseada na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

A UEPS, aqui exposta, faz parte de uma pesquisa de mestrado e tem como objetivo principal propiciar a aprendizagem significativa do conteúdo de Geometria Analítica Plana, conteúdo que pertence ao currículo do Ensino Médio e se justifica pela tentativa de superar



lacunas existentes em conhecimentos de Matemática Básica necessários para o aprendizado de conteúdos de Cálculo Diferencial no Ensino Superior.

REFERENCIAL TEÓRICO

Baseado na Teoria de Ausubel (1980), Moreira (2016) destaca as condições necessárias para a ocorrência da aprendizagem significativa: o material a ser aprendido deve ser potencialmente significativo para o aprendiz, isto é, relacionável a sua estrutura cognitiva de forma não-arbitrária e não-literal e, ainda, que o aprendiz deve manifestar uma predisposição de relacionar o novo material de maneira substantiva e não-arbitrária a sua estrutura de conhecimento.

Uma das maneiras de ajudar o professor a fazer o levantamento daquilo que o “estudante já sabe” é através do uso de mapas conceituais (MC) de acordo com Moreira (2011). Os mapas conceituais são contribuições de Joseph Novak, que podem ser usados como estratégias instrucionais facilitadoras da aprendizagem significativa. Esses mapas são diagramas de conceitos que apresentam as relações entre esses conceitos, ou mesmo palavras que podem ser usadas para representar conceitos.

Já para a produção de materiais que venham a ser potencialmente significativos, o docente pode criar uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) sobre o conteúdo a ser estudado. A UEPS é uma sequência didática, proposta por Moreira (2011) e baseada na Teoria da Aprendizagem Significativa, composta de oito passos sequenciais, aplicável diretamente ao processo de ensino e aprendizagem em sala de aula. Moreira (2016) salienta que a UEPS deve fazer uso de diversificados materiais e estratégias de instrução, de maneira a abandonar a narrativa do ensino centralizado no professor, em favor de um ensino centrado no aluno. A UEPS é elaborada a partir de situações que levem o aluno a externalizar inicialmente seus conhecimentos prévios e o professor, a partir disso, apresenta o conteúdo de maneira a levar em conta os princípios da Diferenciação Progressiva (envolve a apresentação gradual e sequencial de informações, partindo de ideias gerais para conceitos mais específicos) e da Reconciliação Integradora (estabelecimento de relações significativas entre os conceitos estudados em todos os níveis de especificidade).

METODOLOGIA

A UEPS desenvolvida foi aplicada numa turma da disciplina de Cálculo I e Geometria Analítica do Curso de Engenharia Florestal duma universidade federal brasileira durante 10 horas-aula e participaram dela 10 estudantes. A seguir, detalharemos a UEPS:

- *1º Passo*: Definição do tópico que seria abordado na UEPS: Geometria Analítica Plana.
- *2º Passo (Aula 1)*: Na primeira aula desta etapa, o professor solicitou aos alunos o quê eles lembram do conteúdo de Geometria Analítica, o qual geralmente é visto no Ensino Médio. Após uma breve discussão sobre as respostas, foi solicitado que cada estudante construísse um mapa conceitual inicial sobre o tema Geometria Analítica. Foi pedido que os estudantes



explicassem as ligações entre os conceitos presentes no MC e também o porquê da escolha dos conceitos apontados. Após a análise e discussão coletiva da definição de geometria analítica, o professor exibiu o vídeo intitulado “Descartes e a Geometria Analítica”¹, que relata uma parte da vida do matemático francês Descartes, além da motivação e o contexto que o levou a desenvolver a Geometria Analítica, e foi usado como um organizador prévio.

- 3º Passo: Proposição da Situação-problema 1, em nível bem introdutório, levando em conta o conhecimento prévio dos alunos, de modo a criar um ambiente propício para a introdução do conhecimento que se pretende ensinar. Essa situação-problema não será resolvida pelos estudantes, mas vai problematizar o estudo da geometria analítica.

Situação-problema 1: Vamos analisar parte do texto intitulado “Sistemas de Informações Geográficas: aplicações florestais” do autor Hilton Thadeu Zarate do Couto².

“As empresas que utilizam os Sistemas de Informações Geográficas (SIG), reconhecem que a habilidade de entender e manejar os recursos florestais pode ser consideravelmente melhorada. Mas, o que é um SIG? É uma coleção organizada de equipamentos para computação eletrônica, programas, dados georreferenciados e pessoal especializado, projetada para coletar, armazenar, atualizar, manipular, analisar e apresentar visualmente todas as formas de informações geograficamente referenciadas ...”. Como exemplo, considera-se a seguinte tabela:

Núcleo Florestal	Latitude	Longitude	Volume de Madeiras (estéreos)
NF1	12º06'31''	38º25'18''	81.146
NF2	11º36'26''	39º46'15''	126.000
NF3	11º15'21''	39º16'08''	96.318
NF4	12º21'16''	39º36'14''	129.615
NF5	12º28'43''	38º46'15''	212.186
NF6	14º06'08''	40º11'36''	92.314

As informações contidas nesta tabela permitem que se façam dois tipos de consultas: espaciais e não-espaciais. As consultas espaciais só podem ser respondidas usando os dados de latitude e longitude e outras informações, como a localização da fábrica. Um SIG pode então responder prontamente a consultas como:

- Qual a rota mais curta para atingir o Núcleo Florestal 1?
- Qual o volume de madeira existente num raio de 30 km da fábrica?
- Qual a rota alternativa para se atingir o NF6, caso haja impedimento da rota principal?

O texto apresenta a necessidade de orientação cartesiana para localizar os núcleos florestais, bem como indica a necessidade de se obter e analisar as distâncias entre esses núcleos e a fábrica que consome a madeira ali produzida. Pontos do plano, os quais identificam onde núcleos florestais são apresentados, dando-se as suas localizações cartesianas exatas (longitude e latitude). Também destaca-se a importância de se determinar a localização dos núcleos florestais num raio de 30 quilômetros da fábrica,

¹ Disponível em <https://youtu.be/5_j3fRa8G9o>.

² Disponível em <<http://www.ipef.br/publicacoes/stecnica/nr28/cap01.pdf>>.



querendo-se, assim, obter as coordenadas de pontos do plano pertencentes ao interior de uma circunferência de 30 quilômetros de raio.

A Geometria Analítica é usada para encontrar rotas alternativas para se chegar nos núcleos florestais em questão, gerando assim economia no deslocamento e trazendo, com isso, mais lucro para a fábrica, a qual, por sua vez, depende dessas rotas para acessar os locais onde está a matéria-prima utilizada para os seus produtos.

- *4º Passo (Aulas 2, 3 e 4):* A partir dos conceitos presentes na Situação-Problema 1 e nos mapas conceituais dos estudantes, foi feita uma exposição oral dos conteúdos de Geometria Analítica no Plano possivelmente estudados no Ensino Médio. Esses conteúdos são: sistema cartesiano ortogonal, distância entre dois pontos do plano, coordenadas do ponto médio de um segmento de reta, alinhamento de três pontos, estudo da reta, equação geral e reduzida da reta, coeficiente angular e linear da reta, posições relativas entre duas retas, interseção entre retas, definição, equação geral e reduzida da circunferência.

- *5º Passo (Aula 5):* Será trabalhada a Situação-problema 2, em nível mais alto de complexidade. A situação-problema é a seguinte:

Situação-problema 2

Um engenheiro florestal precisa construir uma ponte para auxiliar na passagem de turistas em uma propriedade rural em forma de arco de circunferência, conforme o esboço arquitetônico mostrado abaixo. O vão-livre sobre o rio a ser vencido pela ponte é de 24 m, e a pilastra central, segundo o arquiteto, deverá ter 4 m de altura. O engenheiro, usando seus conhecimentos de Geometria Plana, já calculou que o raio do arco de circunferência projetado pelo arquiteto é de 20 m. Agora, ele precisa calcular o tamanho das outras quatro pilastras menores (duas à esquerda e duas à direita da pilastra central), as quais serão feitas de toras de madeira. Segundo o projeto, todas as pilastras estão a 4 m uma da outra.



Utilizando conhecimento de Geometria Analítica estudados até agora:

- Faça um esboço da situação no plano cartesiano do software Winplot.
- Após análise do esboço feito em (a), determine as coordenadas do centro e do raio da circunferência que circunda a ponte.
- Encontre a equação reduzida e geral da circunferência que circunda a ponte.
- Determine a altura das outras pilastras de madeira.

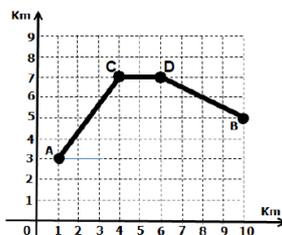
- *6º Passo (Aula 6):* Avaliação somativa individual, a qual será realizada de forma individual pelos estudantes, contendo a Situação-problema 3.

Situação-problema 3: Após a realização de um inventário florestal de três filiais (localizadas nos pontos A, B e C do mapa seguinte) da empresa X (cuja matriz está localizada no ponto D) e interessado em diminuir os custos com deslocamento das toras de



madeira produzidas entre as unidades da empresa, um engenheiro florestal analisa no seguinte mapa a posição das unidades A, B, C e D:

- Determine a localização cartesiana, no mapa, das quatro unidades da empresa X.
- Calcule, em quilômetros, qual é a distância entre a filial B e a matriz da empresa X.
- Determine a equação da reta que modela a ligação das unidades A e C da empresa.
- Caso a empresa resolva instalar mais uma filial de produção, e sabendo que essa nova filial ficará localizada no ponto médio do segmento AB, encontre as coordenadas dessa filial.



- 7º Passo (Aula 6, expositiva integradora final): Após a entrega da Avaliação Somativa individual, será proposto aos alunos que verifiquem a correção feita pela professora. Em seguida, a professora vai fazer a correção dialogada da avaliação com os estudantes, retomando todos os conteúdos estudados até o momento sobre Geometria Analítica. No final da aula, um MC final sobre o conteúdo será desenvolvido por cada estudante.

- 8º Passo: Avaliação da aprendizagem na UEPS. Através da análise do mapa conceitual inicial, da resolução da avaliação somativa individual, das atividades desenvolvidas em sala de aula e do mapa conceitual final, o professor poderá verificar a presença de evidências de aprendizagem significativa pelos estudantes sobre o conteúdo de Geometria Analítica.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na análise dos MC, que foram elaborados individualmente, o professor constatou que 10 estudantes elaboraram o MC inicial e o MC final. O Quadro 1 apresenta o quantitativo de MC classificados de acordo com cada categoria. Convém destacar que o professor já tinha apresentado aos alunos a técnica do mapeamento conceitual e eles já tinham confeccionado outros MC na mesma disciplina.

Quadro 1 - Número de MC elaborados e catalogados por categoria de análise

Categoria	Descrição da categoria	MC inicial	MC final
A	Mapa que não apresenta relações válidas entre os conceitos ou não apresentam subsunçores relevantes (MC inicial) ou ainda que não demonstraram indícios de aprendizagem significativa (MC final)	04 (40%)	02 (20%)
B	Mapa com poucos subsunçores relevantes (MC inicial) ou que apresenta poucos indícios de aprendizagem significativa (MC final)	02 (20%)	01 (10%)
C	Mapa com subsunçores relevantes (MC inicial) ou que apresenta indícios satisfatórios de aprendizagem significativa (MC final)	04 (40%)	07 (70%)

Fonte: autores

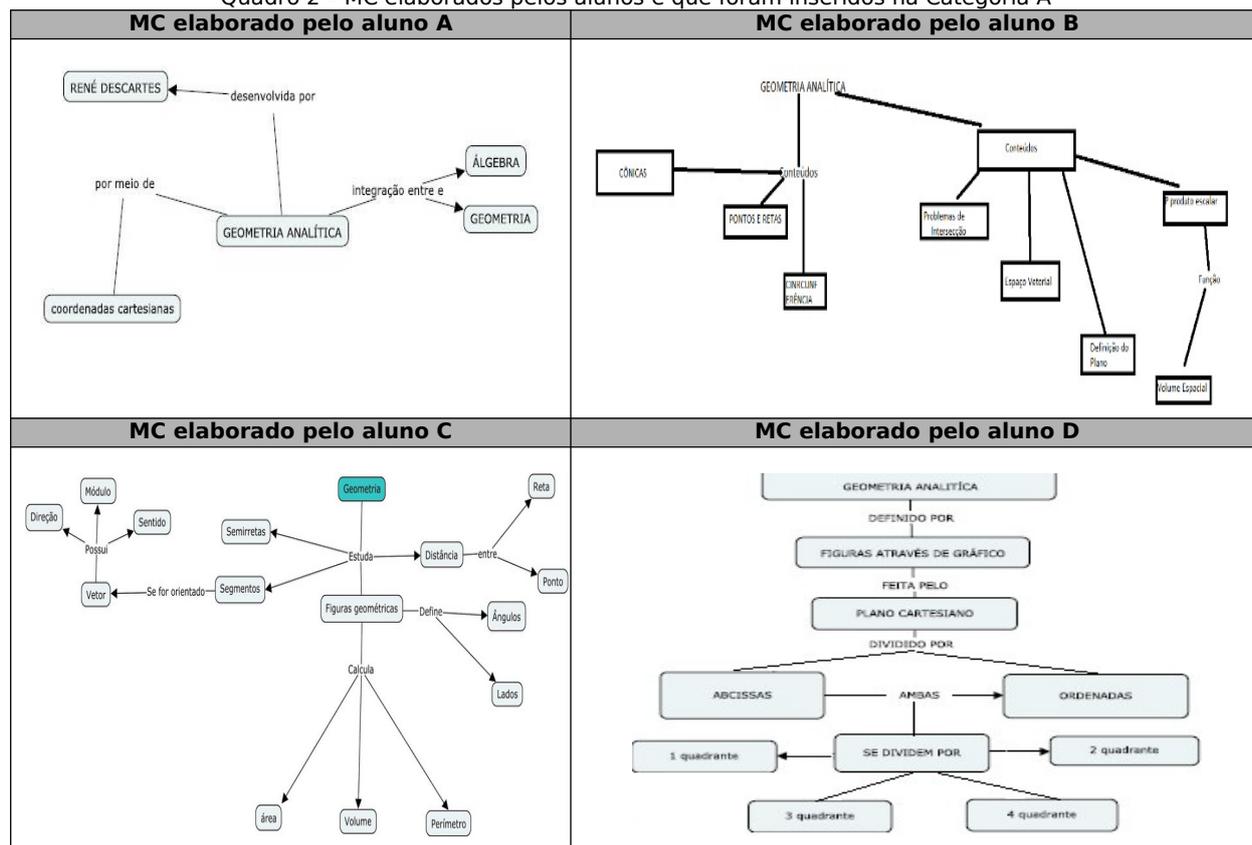
Observa-se que dos 10 alunos que confeccionaram o MC inicial, 04 deles não demonstraram possuir subsunçores relevantes para que o aprendizado de Geometria Analítica fosse significativo. Dois alunos apresentaram poucos subsunçores relevantes para



o aprendizado em sua estrutura cognitiva, e apenas 04 estudantes demonstraram ter subsunçores relevantes para ancorar o aprendizado dos conteúdos a serem apresentados.

O Quadro 2, esboça exemplos de MC iniciais inseridos na Categoria A, com apresentação de poucos subsunçores relevantes. Na maioria desses MC, os estudantes demonstraram entender que a Geometria Analítica é uma junção de duas áreas da Matemática: Álgebra e Geometria, e essa foi a informação mais importante presente nos mapas, outros conceitos importantes não foram apresentados pelos estudantes.

Quadro 2 – MC elaborados pelos alunos e que foram inseridos na Categoria A



Fonte: autores

Nesses mapas, observa-se falta de palavras de ligação, poucas relações entre os conceitos apresentados, inclusive de conceitos importantes como “Geometria Analítica”, diversas proposições cientificamente incorretas formadas entre conceitos, ausência de conceitos importantes, não há uma hierarquia clara entre todos os conceitos.

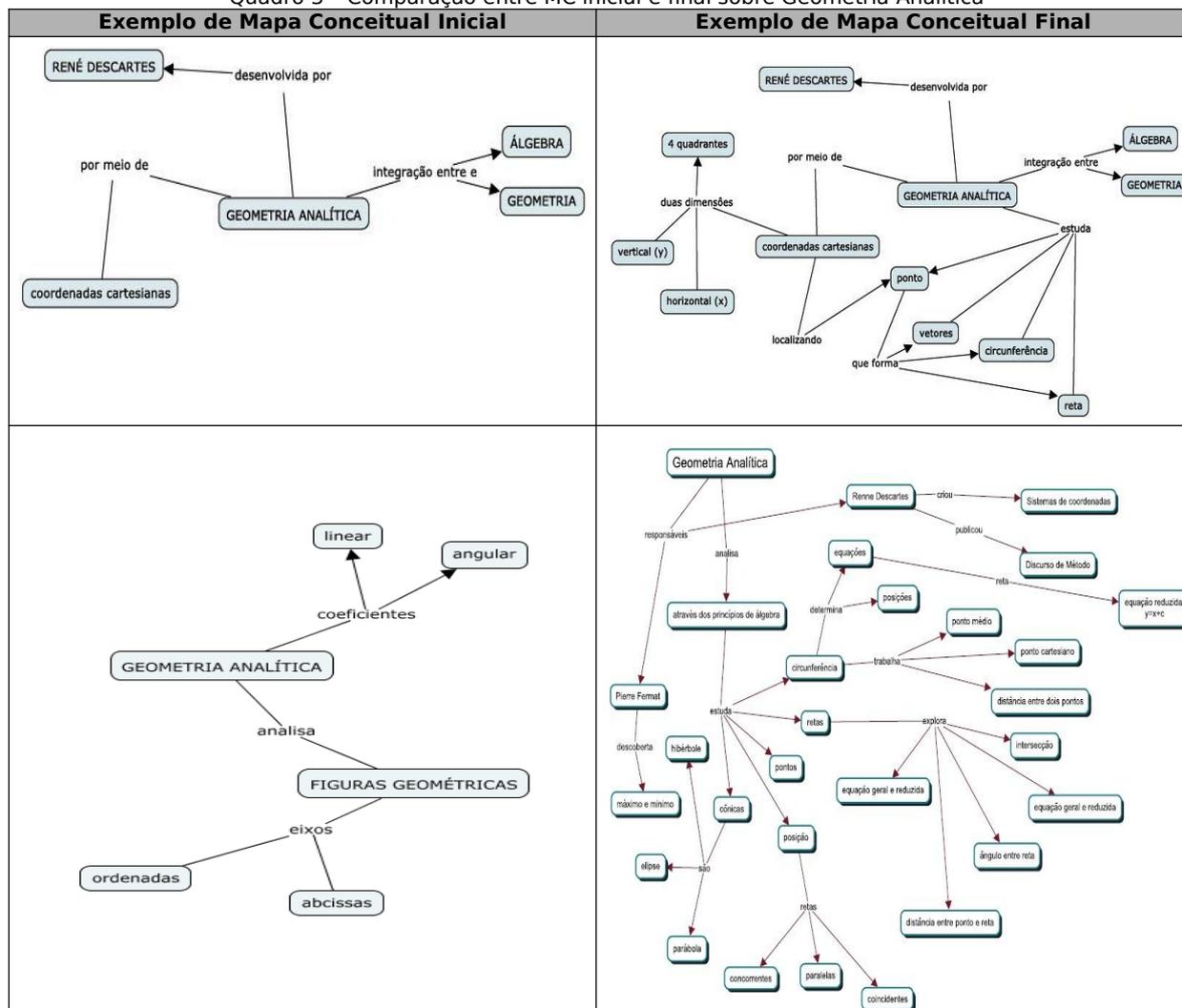
Com exceção da Situação-problema 1, todos os exercícios e atividades propostas pelo professor nas aulas eram resolvidos com o auxílio do Winplot³. E isso fazia com que os estudantes visualisassem com facilidade as características das figuras geométricas em questão, fossem elas pontos, retas ou circunferências. Antes de discutir com os alunos a resolução da Situação-problema 2, o professor fez a retomada de todas as definições e principais conceitos estudados sobre Geometria Analítica estudadas até aquele momento.

³ Software gratuito usado para criação, visualização e manipulação de gráficos matemáticos.



O Quadro 3 mostra alguns exemplos de estudantes que demonstraram evolução no aprendizado da Geometria Analítica.

Quadro 3 – Comparação entre MC inicial e final sobre Geometria Analítica



Fonte: autores

Observa-se que houve acréscimos de conceitos e todos os mapas conceituais apresentam ligações cruzadas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A elaboração de um material potencialmente significativo, o ensino dialogado e a troca de significados, entre alunos e professor e entre os alunos, o abandono do enfoque comportamentalista nas atividades desenvolvidas em sala de aula pode favorecer a aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos. Isso é evidenciado por Moreira (2011), quando ele fala que a facilitação da aprendizagem significativa depende muito mais de uma nova postura docente, de uma nova diretriz escolar, do que de novas metodologias, mesmo as modernas tecnologias de informação e comunicação.



A partir dos resultados presentes nos mapas conceituais construídos pelos estudantes (e discutidos anteriormente) e nas atividades desenvolvidas ao longo da implementação do UEPS, podemos perceber que a proposição de atividades potencialmente significativas pode favorecer a aprendizagem dos estudantes. Partindo de situações-problemas contextualizadas, que fazem parte da rotina de estudo dos alunos no Curso de Engenharia Florestal, eles conseguiram demonstrar indícios de aprendizagem significativa, pois podiam explicar os conceitos matemáticos envolvidos no momento da análise e na resolução dessas atividades.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem Significativa**: a teoria de David Ausubel. Moraes, São Paulo, 1982.

MOREIRA, M. A. **Subsídios Didáticos para o Professor Pesquisador em Ensino de Ciências**: Mapas conceituais, Diagramas V, Organizadores prévios, Negociação de significados, Unidades de Ensino Potencialmente Significativas. UFRGS, Porto Alegre, 2016. Disponível em: <<https://abre.ai/grzf>>. Acesso em: 01 jul. 2023.

MOREIRA, M. A. **Unidades de Ensino Potencialmente Significativas - UEPS**. Aprendizagem Significativa em Revista, Vol. 1, n. 2, 2011. Disponível em: <<https://abre.ai/grzo>>. Acesso em: 09 jul. 2023.