

# GEOGEBRA COMO AUXÍLIO NO ENSINO DE FUNÇÕES DE VÁRIAS VARIÁVEIS

Lucianny Thaís Freire Matias<sup>1</sup>  
Wesley de Oliveira Santos<sup>2</sup>  
Otávio Floriano Paulino<sup>3</sup>

## RESUMO

As funções de várias variáveis possuem aplicações em diversas áreas do conhecimento de forma que a aprendizagem deste conteúdo pode proporcionar melhor compreensão de problemas que envolvem taxas de variação. Neste sentido, buscando uma aprendizagem adequada neste tema, pode-se pensar nos recursos didáticos que produzem uma mediação efetiva durante as aulas e como exemplo, tem-se as tecnologias de informação e comunicação. Como exemplo destes recursos, o GeoGebra auxilia na visualização gráfica das funções, facilitando o entendimento sobre a variação de cada coordenada no espaço tridimensional. A fim de investigar o papel do GeoGebra no ensino de funções de várias variáveis, foi proposto uma atividade com discentes do curso de ciência e tecnologia de uma universidade localizada no semiárido potiguar. A aula foi realizada de forma que as funções iam sendo apresentadas no GeoGebra e sendo mostradas as derivadas em relações a cada variável, podendo ser compreendido os pontos de mínimo e máximo. Ao final da aula, foi solicitado que os discentes construíssem o gráfico e identificasse pontos críticos de uma função dada. Os resultados mostraram que houve apropriação do conhecimento sobre funções de várias variáveis, em que a visualização gráfica contribuiu para o entendimento da análise algébrica no cálculo de derivadas. Dessa forma, pode-se concluir que o GeoGebra é um software capaz de auxiliar o ensino a partir do esboço dos gráficos das funções.

**Palavras-chave:** Aprendizagem, Taxas de variação, Gráficos.

## INTRODUÇÃO

O conhecimento matemático é essencial para o entendimento de diversos fenômenos e deve-se considerar que muitos conceitos utilizam outros como pré-requisitos, o que faz com que a matemática tenha aplicação na própria área em diversas outras. Segundo Pontes (2019a), a matemática está presente em todas as atividades humanas, sendo um tesouro para a civilização e cada vez mais, a ciência do padrão e da estrutura dedutiva. Além disso, tem-se que:

A matemática não pode ser visualizada como algo que existe por si só, sem relação com o homem e a natureza. É preciso perceber que seus modelos são extremamente substanciais para explicar os fenômenos do mundo e, desta

---

<sup>1</sup> Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Humanidades da Universidade Federal do Amazonas - UFAM, [luciannythais@gmail.com](mailto:luciannythais@gmail.com);

<sup>2</sup> Doutorado em Manejo de Solo e Água pela Universidade Federal Rural do Semi-Árido - UFERSA, [wesley.santos@ufersa.edu.br](mailto:wesley.santos@ufersa.edu.br);

<sup>3</sup> Doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN, [otavio.paulino@ufersa.edu.br](mailto:otavio.paulino@ufersa.edu.br);

forma, a sociedade deve exigir que a prática pedagógica do ensino e aprendizagem de matemática, nas bancas escolares, seja condizente com sua importância para a existência de tudo. Conclui-se que a matemática é essencial para a compreensão dos modelos da natureza e que desta forma professor e aluno, os sujeitos do processo, estejam motivados e interessados em usar a matemática como fonte inesgotável de conhecimentos e saberes (Pontes, 2019b).

Dessa forma, entende-se ao ensinar e aprender matemática, deve-se contextualizar os conceitos através de recursos que sejam atraentes e provoquem a motivação necessária para que o aprendiz adquira a habilidade de dialogar sobre o conteúdo, bem como identificar e aplicar em outras áreas. Neste sentido, Silva e Campos (2020) afirmaram que o estudo sem contextualização, exclui a possibilidade do desenvolvimento da autonomia e liberdade na construção de soluções do conhecimento do estudante.

Em relação às funções de várias variáveis, a sua contextualização está em atividades do cotidiano como o comércio e em áreas como física, química, economia e engenharias, dentre outras. Normalmente, este conteúdo é estudado no terceiro período de uma graduação de ciências exatas, naturais ou engenharias e vai sendo aplicado nos semestres seguintes de forma aplicada.

Ao construir este conhecimento, um dos caminhos para contextualizar de forma motivadora, é através de recursos tecnológicos, visto que estes podem aproximar teoria e prática associando os conceitos às suas aplicações.

Segundo Matias e Paulino (2023), as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) se fazem presentes no ambiente educacional através de softwares e aplicativos, contribuindo para o desenvolvimento de diversas áreas. Para estes autores, “as TIC provocam mudanças no processo educativo, proporcionando novas formas de informar e comunicar, e consequentemente novos procedimentos para ensinar e aprender, visto que estes recursos podem ser fortes aliados na construção do conhecimento” (Matias, Paulino, 2023, p. 303).

Um dos recursos tecnológicos que podem ser utilizados no ensino de funções de várias variáveis é o GeoGebra, que permite a visualização gráfica das funções e que já possui diversas utilizações no ensino de matemática.

O GeoGebra é definido, de modo geral, como sendo um aplicativo de Matemática gratuito para todos os níveis de ensino, que funde geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em uma única aplicação. Esse software é classificado como uma das TIC, sendo uma das formas que os

estudantes utilizam quando possuem dificuldades em Matemática (Feitosa; Aquino; Sousa; Lavor, 2020, p. 5).

Como exemplo de utilização deste *software*, pode-se citar Oliveira e Lavor (2022) que aplicaram no ensino de juros compostos através de uma sequência didática, concluindo que o recurso se apresenta de fácil utilização, possibilita a interpretação geométrica e os discentes se sentem construtores da aprendizagem.

Feitosa, Aquino e Lavor (2020) usaram o GeoGebra na construção do conhecimento de retas e planos, em que afirmaram que ao utilizar recursos tecnológicos como o GeoGebra, a aprendizagem poder interativa e dinâmica. Iranzo e Fortuny (2009, p. 442) trouxeram que:

Pudemos verificar neste estudo que a maioria dos estudantes utiliza ferramentas algébricas e de medição e considera que o GeoGebra os ajuda a visualizar o problema e evitar obstáculos algébricos. De maneira geral, os alunos tiveram poucas dificuldades em relação ao uso do software e alguns obstáculos já são obstáculos cognitivos transferidos para o software. O uso do GeoGebra, portanto, promove um pensamento mais geométrico e facilita um suporte visual, algébrico e conceitual para a maioria dos estudantes. Consideramos que o uso do GeoGebra também favorece múltiplas representações de conceitos geométricos, ajuda a evitar obstáculos algébricos, permitindo focar em conceitos geométricos e resolver problemas de outra maneira.

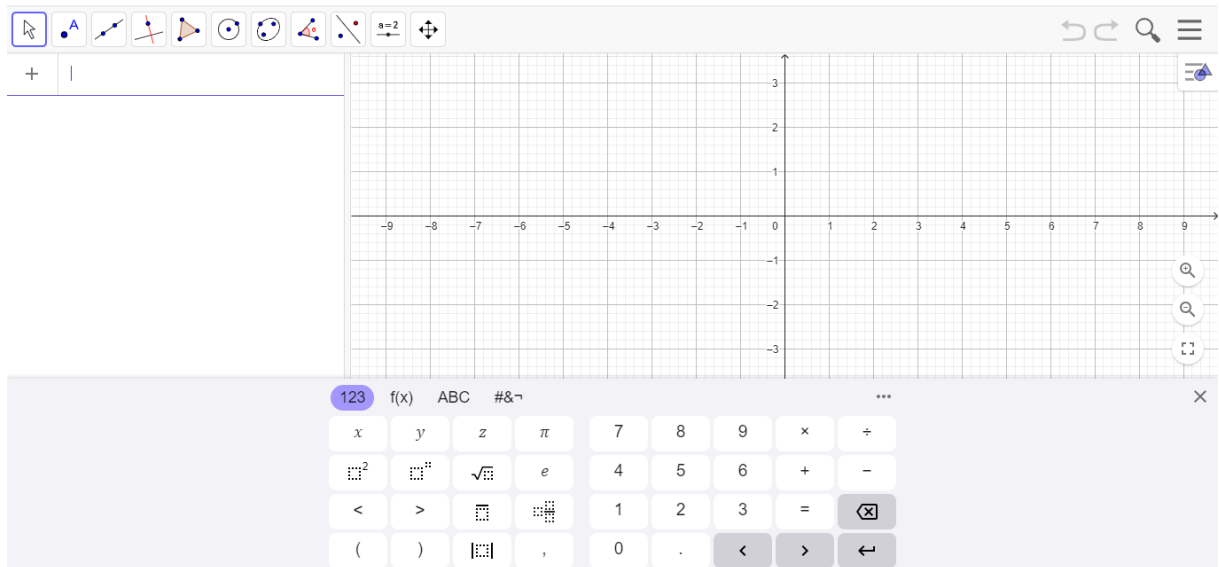
Diante das funcionalidades do GeoGebra, propõe-se a investigação deste software no ensino de funções de várias variáveis no curso de ciência e tecnologia de uma universidade potiguar, para que sejam analisadas as potencialidades para fins de interação e motivação através da visualização gráfica.

## **METODOLOGIA**

A fim de verificar as potencialidades do GeoGebra no ensino de funções de várias variáveis em um curso de ciência e tecnologia de uma universidade situada no semiárido potiguar, foi proposta uma atividade tendo este recurso como ferramenta auxiliar na construção do conhecimento.

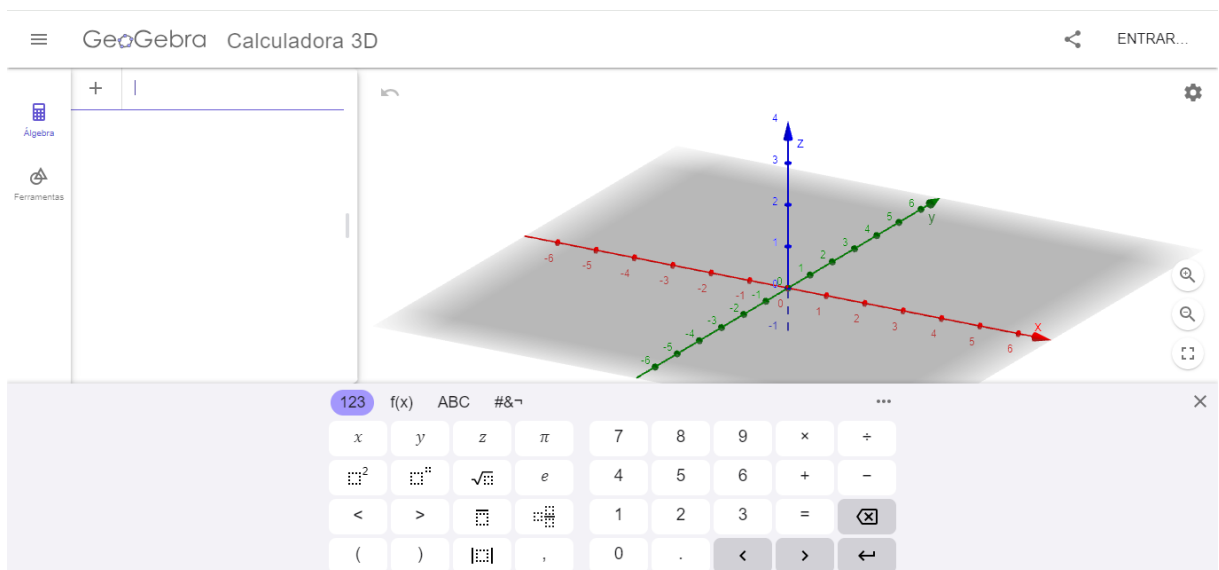
A primeira fase da investigação consistiu em apresentar o GeoGebra e suas ferramentas para que os estudantes pudessem visualizar a maneira de interagir com o ambiente e associar às funções estudadas e seus gráficos. A Figura 1 mostra o GeoGebra em duas dimensões, enquanto que a versão tridimensional está na Figura 2.

**Figura 1: Tela inicial do GeoGebra 2D**



Fonte: GeoGebra 2D

**Figura 2: Tela inicial do GeoGebra 3D**



Fonte: GeoGebra 3D

Em ambas as versões, é apresentado o gráfico e o teclado a serem digitadas as funções que vão sendo plotados os gráficos a medida que vão sendo inseridas as funções ou equações que estejam sendo estudadas.

Após apresentar o GeoGebra, a atividade continuou com a construção do conhecimento de funções de várias variáveis, em que foi mostrado suas aplicações como motivação para o estudo e ao explicar sobre domínio, imagem, máximos e mínimos, houve uma interação entre recursos tecnológicos e conteúdo, ao passo que se investigava o poder potencializador do GeoGebra no ensino destes conteúdos.

Para verificar se os objetivos foram atingidos, foi solicitado que, a partir de uma função dada, os discentes plotem o gráfico e identifiquem os pontos críticos, de forma que se possa analisar a relação entre aprendizagem e o recursos tecnológico trabalhado.

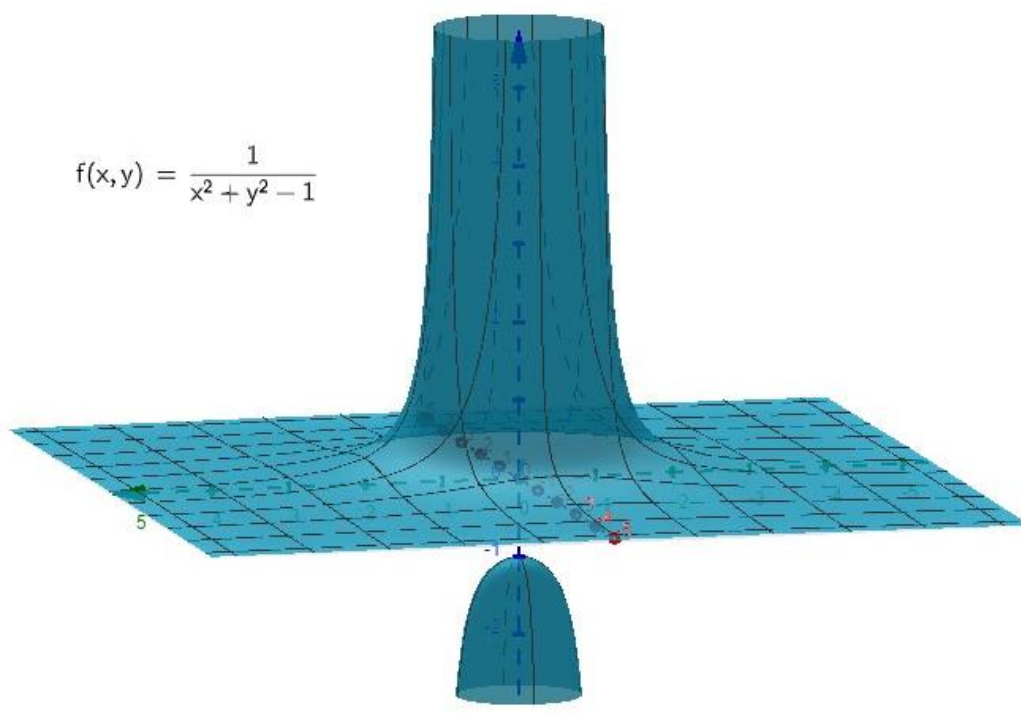
## RESULTADOS E DISCUSSÃO

A atividade foi um momento de muita interação, em que docente e discentes puderam experimentar as potencialidades do GeoGebra como ferramenta auxiliar no ensino de funções de várias variáveis. No que segue, são apresentados os resultados da avaliação que buscava verificar se os objetivos foram atendidos. Aos discentes, foi solicitado o estudo da função

$$f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2 - 1} \quad (1)$$

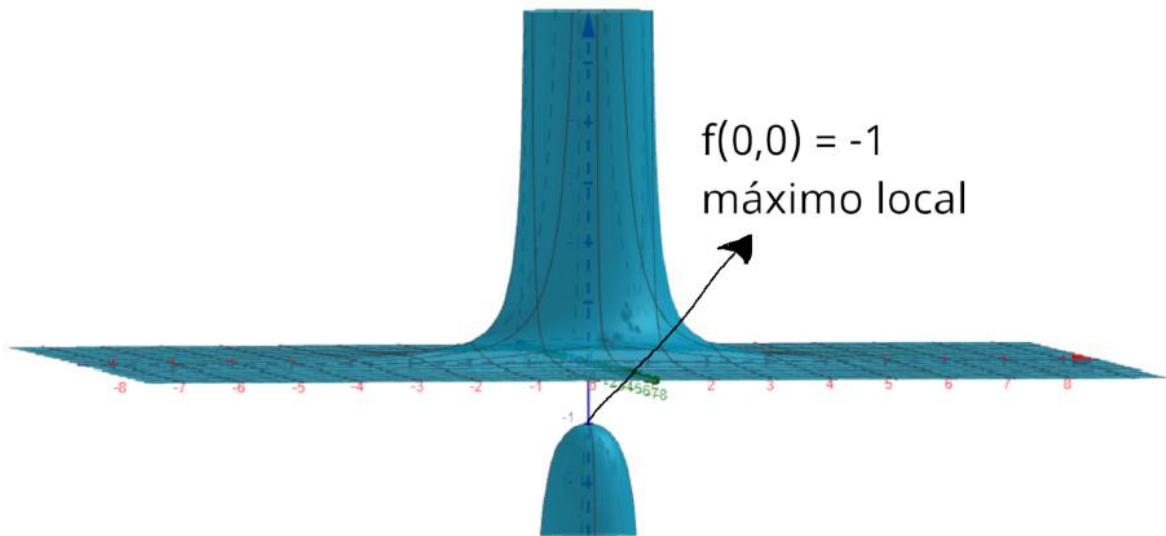
Nas Figuras 3 a 5, podem ser vistos, o gráfico de alguns dos discentes.

**Figura 3:** Gráfico plotado pelo estudante 1



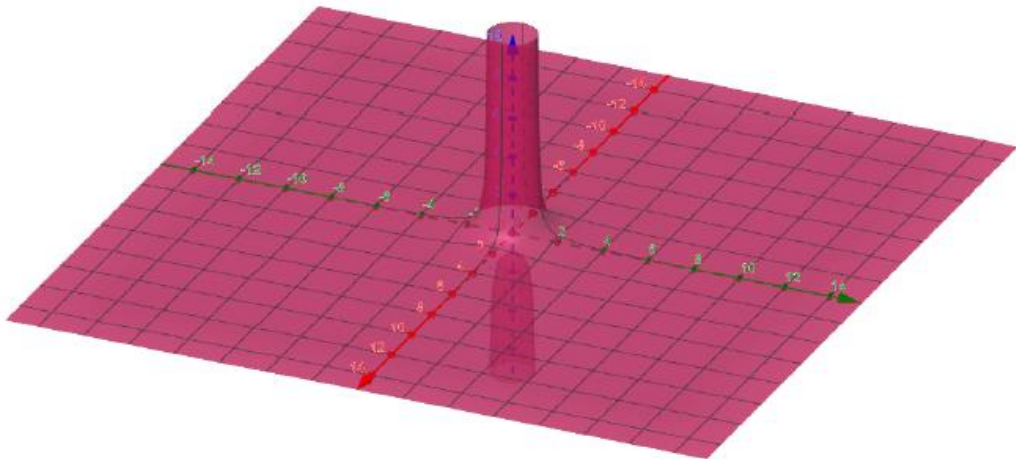
Fonte: Dados da pesquisa (2023)

**Figura 4:** Gráfico plotado pelo estudante 3



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

**Figura 5:** Gráfico plotado pelo estudante 6



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

O gráfico foi corretamente plotado pelos discentes que ao realizar a atividade foram exposto suas interpretações da função, interagindo com o ambiente de visualização no GeoGebra. Isso mostra que o GeoGebra permite que os gráficos sejam interativos, em que o usuário possa mover ou girar o gráfico, tendo uma boa visualização e interpretação da função em estudo.

Quanto a identificação de pontos críticos, os estudantes visualizaram  $(0, 0)$  como um ponto do domínio em que é crítico, fato também observado em seus cálculos ao fazerem o estudo da derivada parcial da função. Através do gráfico, os estudantes entenderam melhor, as características do domínio e imagem que tem especificidades para valores de  $x^2 + y^2$  serem maiores ou menores que 1.

A partir de um exemplo discutido em sala de aula, foi possível perceber o poder potencializador de aprendizagem provocado pelo GeoGebra que, além de criar um momento interativo e motivador, facilita o processo de ensino e aprendizagem.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

As funções de várias variáveis desempenham um papel fundamental na compreensão de diversos fenômenos, de forma que a sua compreensão irá proporcionar o desenvolvimento da aprendizagem de outros conteúdos. Assim, foi realizada uma investigação para verificar o poder de interação, motivação e aprendizagem do GeoGebra com discentes de ciência e tecnologia numa universidade potiguar.

Os resultados mostraram que ao apresentar o ambiente de visualização gráfica, os discentes sentiram-se motivados a participar interagindo com perguntas e comentários, o que fez a aula ser mais dinâmica e atrativa. Além disso, os conteúdos de funções explicados relacionando ao gráfico, provocou melhor aprendizagem, ou seja, foi melhor utilizar o gráfico como recurso e motivação para aprendizagem que tratá-lo como conteúdo a ser explicado após todas as características da função.

Ao verificar o alcance de objetivos, a partir de um exemplo, foi verificado que a compreensão de pontos críticos da função foi satisfatória em virtude da visualização gráfica no GeoGebra. Estes fatos despertam para novas pesquisas com este recurso tecnológico, bem como a preparação e execução de aulas do conteúdo de funções de várias variáveis utilizando o gráfico como fonte de motivação e interação.

## REFERÊNCIAS

FEITOSA, Murilo Carvalho; AQUINO, Adelmo Artur de ; SOUSA, Bruno Fontes de; LAVOR, Otávio Paulino. O uso do GeoGebra como ferramenta auxiliar no ensino de funções inversas e logarítmicas. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, v. 6, n. 2, p. e2003, 2020. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/3952>. Acesso em: 30 out. 2023.



FEITOSA, Murilo Carvalho; AQUINO, Adelmo Artur de; LAVOR, Otávio Paulino. Ensino de retas e planos com auxílio do software GeoGebra 3D mobile. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, v. 8, n. 2, p. 374–391, 2020. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/10042>. Acesso em: 30 out. 2023.

IRANZO, Nuria; FORTUNY, Josep Maria. La influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado. **Enseñanza de Las Ciencias: Revista De investigación Y Experiencias didácticas**, v. 27, n. 3, p.433-446, jun. 2009. Disponível em: <https://ensciencias.uab.cat/article/view/v27-n3-iranzo-fortuny>. Acesso em: 30 out. 2023.

MATIAS, Lucianny Thaís Freire; PAULINO, Otávio Floriano. TIC na formação de professores: um estudo de caso em Pilões-RN. **Revista de Estudos Interdisciplinares**, v. 5, n. 4, p. 302–314, 2023. Disponível em: <https://revistas.ceeinter.com.br/revistadeestudosinterdisciplinar/article/view/719>. Acesso em: 30 out. 2023.

OLIVEIRA, Cícera Janete Alves de; LAVOR, Otávio Paulino. Sequência didática para o ensino e aprendizagem de juros compostos com o software Geogebra. *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, [S. l.], v. 9, n. 25, p. 96–110, 2022. DOI: 10.30938/bocehm.v9i25.7400. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/7400>. Acesso em: 30 out. 2023.

PONTES, Edel Alexandre Silva. A linguagem universal: matemática suas origens, símbolos e atributos. **Revista Psicologia & Saberes**, v. 8, n. 12, p. 181–192, 2019. Disponível em: <https://revistas.cesmac.edu.br/psicologia/article/view/1085>. Acesso em: 30 out. 2023.

PONTES, Edel Alexandre Silva. Questões conceituais de um professor sobre o processo de ensino e aprendizagem de matemática na educação básica. **Research, Society and Development**, v. 8, n. 4, p. e784932, 2019. Disponível em: <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/932>. Acesso em: 30 out. 2023.

SILVA, Rodrigo Sychocki da; CAMPOS, Leandro de Andrades. Experimentos físicos na aula de matemática: reflexões sobre um Ateliê de matemática no ensino fundamental. **Revista Educar Mais**, v. 4, n. 1, p. 57–75, 2019. Disponível em: <https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/educarmais/article/view/1661>. Acesso em: 30 out. 2023.