

# A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E A ZONA DE DESENVOLVIMENTO PROXIMAL NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Paulo Henrique Freitas Silva  
*Universidade Estadual da Paraíba*  
[Ph10fs@gmail.com](mailto:Ph10fs@gmail.com)

Estevão Luis de Paiva da Silva  
*Universidade Estadual da Paraíba*  
[estevao\\_paiva@hotmail.com](mailto:estevao_paiva@hotmail.com)

**RESUMO.** Este trabalho trata-se de uma análise dos resultados de um minicurso ministrado na Semana de Integração do Campus VI da Universidade Estadual da Paraíba em fevereiro de dois mil e quinze, à luz da Resolução de Problemas e da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). O minicurso teve como propósito o ensino de Análise Combinatória através da Resolução de Problemas. Houve a participação de oito alunos, e esses foram divididos em três grupos – dois grupos com três alunos cada, e um grupo com dois alunos, apenas. No decorrer da aula, percebeu-se a importância da Resolução de problemas para a promoção de empenho e engajamento dos graduandos no ensino de matemática. As Fórmulas do conteúdo matemático em questão não foram apresentadas, de início, aos alunos. A intenção foi fazer com que eles, através da resolução de problemas, compreendessem e desenvolvessem os conceitos de arranjo e de combinação, e isso foi percebido ao longo do minicurso. Por outro lado, observou-se que a consideração da Zona de Desenvolvimento Proximal dos alunos pode proporcionar uma divisão mais criteriosa dos grupos, de forma a promover um maior envolvimento e compartilhamento de conhecimento entre eles. De modo geral, verificamos que, diferentemente de uma aula puramente expositiva - na qual os alunos são submetidos a uma gama de fórmulas sem sentido - o ensino de análise combinatória através da resolução de problemas, e considerando a ZDP dos discentes, pode favorecer um engajamento e aprendizado considerável entre licenciandos de matemática.

**Palavras-chave:** resolução de problemas, zona de desenvolvimento proximal, análise combinatória.

## INTRODUÇÃO

Há muitas discussões a respeito da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) na educação e sobre a importância da Resolução de Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem.

A Resolução de Problemas tem sido vista como uma promotora de conhecimentos, de conceitos compreensíveis, pois pode permitir que alunos, partindo de situações-problema, desenvolvam, de forma reflexiva e compreensiva, raciocínios e respostas sobre determinados conteúdos matemáticos envolvidos nos problemas. Por outro lado, em outras palavras, a ZDP



foi conceituada por Vygotsky como as potencialidades cognitivas iminentes das crianças, e tem sido vista como importante aliada para a promoção de aprendizagem de alunos.

Este trabalho visa, além de trazer algumas discussões a respeito da Resolução de Problemas e da ZDP, fazer, principalmente, uma análise de um minicurso ministrado na Semana de Integração do Campus VI da Universidade Estadual da Paraíba, a luz das teorias mencionadas, verificando suas possíveis contribuições, tendo em vista a dificuldade que muitos graduandos em matemática encontram em compreender o conteúdo sobre análise combinatória.

A metodologia utilizada foi qualitativa do tipo pedagógica que, segundo Lanshear e Knobel (2008), caracteriza-se pela análise, pelo professor, de sua própria prática em sala de aula.

## **RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

A Resolução de Problemas tem sido vista como uma alternativa para transpor conhecimentos de forma compreensível aos alunos. Como afirma Lupinacci e Botin, “A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo de ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos” (LUPINACCI e BOTIN, 2004, p. 4).

Através da proposição e exploração de problemas, o professor pode conduzir os discentes à desenvolver e aplicar conceitos matemáticos. No entanto, é preciso ter ciência de que não se pode tirar o proveito que se fala quando se utiliza meios mecânicos para encontrar respostas para os problemas abordados. É um equívoco alguém falar que está saindo das suas aulas tradicionais só porque começou aplicar problemas para que os alunos resolvam.

Um problema pode ser apenas um meio de os alunos aplicarem as fórmulas que memorizaram durante as aulas. Os discentes não se beneficiam da Resolução de Problemas, da maneira em que aqui é proposta, quando, por exemplo, são solicitados a resolverem problemas que envolvem equações de segundo grau, e esses utilizam a fórmula de Bhaskara



sem fazerem uma reflexão sobre os problemas abordados, sem compreenderem do que se trata o problema e o raciocínio que leva aos resultados encontrados.

Outro fato importante é que o professor tenha a consciência de que os alunos ainda não tenham resolvido os problemas abordados, nem conheçam algoritmos que permitam a determinação de uma resposta, pois isso pode fazer com que eles não se empenhem nas explorações dos referidos problemas, se conformando com as respostas obtidas por meio mecânico.

Infelizmente a maioria dos professores adotam problemas como uma forma de proporcionar a fixação de fórmulas e técnicas memorizadas pelos alunos. Como diz os PCN (1998), quando a Resolução de Problemas é incorporada à prática escolar, aparece como um item isolado, abordada de forma paralela, como aplicação da aprendizagem a partir da aplicação de problemas cuja resolução depende da escolha de técnicas ou formas padronizadas memorizadas pelos alunos.

Para muitos autores, um problema é caracterizado por uma situação na qual não se possui uma forma imediata de vislumbrar uma resposta adequada.

Segundo Dante (2007), problema ou problema-processo “é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução”. Ele diz, ainda, que a resolução de um problema-processo exige iniciativa e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias.

Para Hiebert (1997, apud WALLE, 2009, p. 57), um problema é caracterizado por qualquer tarefa ou atividade na qual os estudantes não possuem algum método ou regra já conhecidos ou memorizados e não tenham a percepção que haja uma maneira específica para resolvê-lo.

Para George Polya (1995), a resolução de problemas é como uma habilitação prática. Ao tentarmos nadar, por exemplo, imitamos o que os outros fazem com as suas mãos e pés para manterem suas cabeças fora d'água. Ou seja, aprendemos a nadar pela prática da natação. Tratando-se de problemas, ele diz que não é diferente. Temos de observar e imitar o que fazem as outras pessoas quando resolvem os seus problemas e, posteriormente, aprendemos resolvendo-os.



“Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la” (PCN, 1998).

## **VYGOTSKY: O DESENVOLVIMENTO EM MEIO À SOCIEDADE**

Segundo Rego (1994), Vygotsky acredita que o desenvolvimento pleno do ser humano depende das aprendizagens que adquire em um determinado grupo cultural, a partir da interação com outros indivíduos da mesma espécie. Ela afirma que, dessa forma, por exemplo, um indivíduo criado em uma tribo de índios, que desconhece o sistema de escrita e não tem algum tipo de contato com um ambiente letrado, não se alfabetizará, e que o mesmo ocorre com a aquisição da fala – uma criança só aprenderá a falar se pertencer a uma comunidade de falantes, ou seja, é necessário mais que boas condições físicas para que um indivíduo aprenda. Possuir o aparelho auditivo e fonador em condições normais de funcionamento não será condição suficiente para que a criança aprenda a falar.

Para Vygotsky, os conceitos são entendidos como um sistema de relações e generalizações determinadas por um processo histórico cultural e contido nas palavras. Como afirma Oliveira (1992):

são construções culturais, internalizadas pelos indivíduos ao longo de seu processo de desenvolvimento. Os atributos necessários e suficientes para definir um conceito são estabelecidos por características dos elementos encontrados no mundo real, selecionado como relevantes pelos diversos grupos culturais. É o grupo cultural onde o indivíduo se desenvolve que vai lhe fornecer, pois, o universo de significados que ordena o real em categorias (conceitos), nomeadas por palavras da língua desse grupo” (OLIVEIRA, 1992, p. 28).

Prova da relação da aprendizagem com as interações sociais, são as diferentes culturas existentes pelo mundo. No Rio Grande do Sul, por exemplo, costuma-se comer muito churrasco de carne bovina; algo completamente diferente disso ocorre na Índia: os habitantes desse país protegem os animais bovinos de forma que seria um crime, para eles, a execução de um boi. Se no Brasil e em outros países, os insetos são bichos repugnantes e detestáveis, na



China, por decorrência da fome sofrida na Segunda Guerra Mundial, adquiriu-se o costume de comer baratas, ratos, grilos, lesmas, entre outros.

Hoje em dia, com o avanço dos meios de comunicação, as pessoas têm mais conhecimento dos diferentes costumes, mas em tempos distantes isso era bem diferente – em países bem distantes uns dos outros, a maioria dos viventes não tinham contato uns com os outros. Isso favoreceu o desenvolvimento de línguas, dialetos, culinárias, leis e culturas diferentes, e cada um que nascia naquele meio social incorporava, aprendia sua cultura. Nessa perspectiva, Vygotsky afirma que “o aprendizado pressupõe uma natureza social específica e um processo através do qual as crianças penetram na vida intelectual daqueles que as cercam” (VYGOTSKY, 1984, p. 99).

Vygotsky analisou as relações entre aprendizagem e desenvolvimento sobre dois ângulos diferentes: um se refere à compreensão da relação geral entre o aprendizado e o desenvolvimento; o outro refere-se às particularidades dessa relação no período escolar. Embora tivesse consciência de que as crianças aprendem antes de ingressarem na escola, ele fez essa distinção porque acredita que o aprendizado escolar introduz elementos novos no seu desenvolvimento.

Para Vygotsky, o desenvolvimento e a aprendizagem têm relação entre si desde o nascimento da criança. À medida em que a criança vai crescendo e se desenvolvendo, ela vai interagindo com o meio físico e social, e dessa forma realiza uma série de aprendizados. “No seu cotidiano, observando, experimentando, imitando e recebendo instruções das pessoas mais experientes de sua cultura, aprende a fazer perguntas e também a obter respostas para uma série de questões” (REGO, 1994, p. 76).

Lev também faz menção aos conceitos cotidianos ou espontâneos e aqueles elaborados na sala de aula.

Os conceitos cotidianos referem-se àqueles conceitos construídos a partir da observação, manipulação e vivência direta da criança. Por exemplo, a partir de seu dia a dia, a criança pode construir o conceito “gato”. Esta palavra resume e generaliza as características deste animal (não importa o tamanho, a raça, a cor etc.) e o distingue de outras categorias tal como livro, estante, pássaro. Os conceitos científicos se relacionam àqueles eventos não diretamente acessíveis à observação



ou ação imediata da criança: são os conhecimentos sistematizados, adquiridos nas interações escolarizadas. Por exemplo, na escola (provavelmente na aula de ciências), o conceito “gato” pode ser ampliado e tornar-se ainda mais abstrato e abrangente. Será incluído num sistema conceitual de abstrações graduais com diferentes graus de generalização: gato, mamífero, vertebrado, animal, ser vivo constituem uma seqüência de palavras que, partindo do objeto concreto “gato”, adquirem cada vez mais abrangência e complexidade” (REGO, 1994, p. 77-78).

Vygotsky identificou dois níveis de desenvolvimento. Um se refere às capacidades já adquiridas de uma criança - ao conjunto dessas capacidades ele chamou de nível de desenvolvimento real ou efetivo e, ao outro, que se relaciona às capacidades ainda não desenvolvidas, deu o nome de desenvolvimento potencial.

Segundo Rego,

O nível de desenvolvimento real pode ser entendido como referente àquelas conquistas que já estão consolidadas na criança, aquelas funções ou capacidades que ela já aprendeu e domina, pois já consegue utilizar sozinha, sem assistência de alguém mais experiente da cultura (pai, mãe, professor, criança mais velha etc.). Este nível indica, assim, os processos mentais da criança que já se estabeleceram, ciclos de desenvolvimento que já se completaram (REGO, 1994, p. 72).

Dessa forma, quando se trata das atividades e tarefas que a criança, ou indivíduo em desenvolvimento, já sabe fazer de forma independente, como, por exemplo, resolver um determinado problema matemático, andar de bicicleta, cortar com a tesoura, elas são parte do conjunto de capacidades que compõem o desenvolvimento real.

Por outro lado, podem existir diversas atividades que um indivíduo não consegue realizar sozinho, mas que, com a ajuda de um terceiro, tem a capacidade de realizá-las. No caso de uma criança em contato com um quebra-cabeça ainda não resolvido por ela, pode haver de não conseguir resolvê-lo, porém, com a ajuda de um terceiro – um irmão mais velho, ou uma criança que já conseguiu resolvê-lo antes - pode realizar a tarefa. Para Vygotsky, esse nível é o mais indicativo de desenvolvimento mental de um ser.



A distância entre o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento potencial foi denominado, por Vygotsky, como Zona de Desenvolvimento Proximal. Como afirma Rego:

A distância entre aquilo que ela é capaz de fazer de forma autônoma (nível de desenvolvimento real) e aquilo que ela realiza em colaboração com os outros elementos de seu grupo social (nível de desenvolvimento potencial) caracteriza aquilo que Vygotsky chamou de “zona de desenvolvimento proximal” (REGO, 1994, p. 73).

Dessa forma, o desenvolvimento de um ser em desenvolvimento é visto de forma prospectiva, pois a

zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, que estão em processo de maturação, funções que amadurecerão, mas que estão presentes em estado embrionário. Essas funções poderiam ser chamadas de “brotos” ou “flores” do desenvolvimento, ao invés de “frutos” do desenvolvimento (VYGOTSKY, 1984, p 97).

Considerando as palavras de Vygotsky, pode-se afirmar que o desenvolvimento cognitivo de um ser favorece tanto o nível de desenvolvimento real, quanto o nível de desenvolvimento potencial. Isso ocorre porque quando alguém consegue realizar atividades que não conseguiam realizar antes, estas novas atividades podem possibilitar, também, a capacidade de realizar, de compreender outras tarefas com auxílio de outras pessoas.

## **O MINICURSO – DISCUSSÕES E RESULTADOS**

A principal intenção em ministrar o minicurso *A Construção do Conceito de Análise Combinatória Através da Resolução de Problemas*, foi fazer com que os graduandos participantes percebessem as possibilidades que a resolução de problemas proporciona para o ensino-aprendizagem de matemática. No entanto, eles também mostraram deficiências quanto ao conhecimento sobre Análise Combinatória, e acabaram aprendendo mais sobre esse conteúdo, além de tomarem ciência da importância que pode ter a Resolução de Problemas para o ensino de matemática.



À princípio, a turma foi dividida em grupos. Um grupo com duas, e dois grupos com três pessoas cada um, os quais chamaremos de grupos X, Y e Z, contendo, os dois primeiros, três componentes, e o último, dois componentes.

Os problemas iniciais foram bem simples. Rapidamente surgiram algumas respostas, porém alguns alunos tiveram algumas dificuldades em encontrar caminhos para a resolução do problema.

O primeiro problema abordado foi o seguinte: “Apesar de todos os caminhos levarem a Roma, eles passam por diversos lugares antes. Considerando-se que existem três caminhos a seguir, quando se deseja ir da cidade A para a cidade B, e que existem mais cinco opções da cidade B para Roma, qual é a quantidade de caminhos que se pode tomar para ir de A até Roma, passando necessariamente por B?”

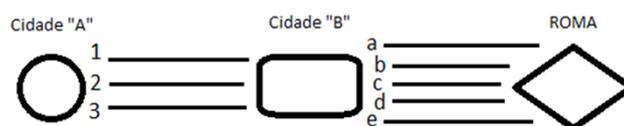


Figura 1

Dois grupos, X e Y, desenvolveram a resposta utilizando um desenho ilustrativo semelhante ao da figura 1.

Eles perceberam que, passando primeiro pelo caminho “1”, da cidade “A” para a cidade “B”, tem-se, como segunda opção – da cidade “B” para Roma – os caminhos “a”, “b”, “c”, “d” e “e”. Dessa forma, notaram que os caminhos 1a, 1b, 1c, 1d e 1e são distintos.

O grupo X somou os resultados encontrados, enquanto o grupo Y, depois de perceber o raciocínio da questão, através da ilustração que fizeram – também análoga à figura 1 – concluíram que bastaria fazer a multiplicação  $3 \times 5$  (3 caminhos da cidade “A” para a cidade “B”, vezes 5 caminhos da cidade “B” para Roma). Dessa forma, pôde-se trabalhar o princípio fundamental da contagem de forma significativa, na qual os alunos refletiram e chegaram ao pensamento que induz a teoria.

Apesar de os grupos X e Y terem encontrado respostas cabíveis ao problema, nem todos os alunos, dos respectivos grupos, conseguiram, de imediato, compreender as respostas.

Esses, porém, se beneficiaram com o auxílio dos colegas que desenvolveram as respostas. Vygotsky afirmou que o que uma criança consegue realizar com assistência hoje, será capaz de realizar sozinha amanhã (VYGOTSKY, 1984, p. 98).

Algo diferente ocorreu com o grupo Z. Seus componentes sentiram mais dificuldade em resolver todos os problemas propostos no minicurso. Eles necessitaram demasiadamente do auxílio do professor. A autonomia dos alunos é importante para que adquiram autoconfiança e autoestima. Para o desenvolvimento dessa autonomia, é importante fazer com que eles dependam o mínimo possível do professor, mas que seja dado auxílio necessário para que eles obtenham avanços. Deixá-los sempre a mercê do docente, pode fazer com que eles nunca se sintam seguros em desenvolverem-se por si só, em ir mais além do que as explicações dadas. Polya afirma que:

O estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. O professor deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável do trabalho.

Se o aluno não for capaz de fazer muita coisa, o mestre deverá deixar-lhe pelo menos alguma ilusão de trabalho independente. Para isto, deve auxiliá-lo discretamente, sem dar na vista (POLYA, 1995, p. 1).

A consideração do nível de desenvolvimento dos alunos durante a aplicação do minicurso é importante para que se possa formar os grupos de forma que haja colaboração entre os componentes e, conseqüentemente, acompanhamento do raciocínio do desenvolvimento das respostas. É importante o acompanhamento, passo a passo, pelos colegas, do desenvolvimento das respostas pelos outros colegas, em vez de o professor tentar explicar os resultados já definidos. Assim, faz-se necessário que se tenha conhecimento das capacidades dos alunos, para que se montem grupos que permitam um desenvolvimento mais igualitário da turma.



No caso do minicurso em questão, o conhecimento das capacidades individuais dos alunos foi obtido depois da aplicação dos primeiros problemas. No entanto, foi deixado um grupo – o grupo Z – formado por alunos que se mostraram não tão “capazes” quanto os outros, para verificarmos e percebermos a diferença de desenvolvimento da compreensão dos alunos de um e de outro grupo.

Percebeu-se que os alunos de um mesmo grupo, que acompanharam o desenvolvimento das respostas pelos colegas, demonstraram mais compreensão do conteúdo que os alunos do grupo Z, que tiveram acesso às respostas e explicações das mesmas respostas já prontas depois do tempo dado para resolução dos problemas.

Posteriormente, outros problemas foram apresentados e postos à resolução. Alguns envolviam arranjo, outros envolviam combinação. O nível de dificuldade dos problemas foi aumentando, e o grupo Z foi necessitando, cada vez mais, do auxílio do professor.

Após resolverem os exercícios, os alunos foram postos a refletir sobre as diferenças entre arranjo e combinação. Somente depois disso foram discutidas e postas em prova as respectivas fórmulas (comparação dos resultados que alcançaram com a utilização delas, com os resultados obtidos através das resoluções feitas através da reflexão).

## **CONCLUSÃO**

A pesar de a análise envolver o conteúdo de análise combinatória, acreditamos que a importância da Resolução de Problemas, enquanto metodologia de ensino, e da ZDP não será inferior no processo de ensino-aprendizagem de outros conteúdos matemáticos.

A consideração da ZDP no processo de ensino-aprendizagem pode proporcionar, além de maior aprendizagem compreensiva dos alunos, de acordo com o que foi dito acima, uma facilitação no trabalho do professor. Isso porque nem sempre os alunos compreendem a explicação do docente, mas as construções em grupo sobre um determinado conhecimento, com o auxílio dos colegas, pode favorecer a autoconfiança dos alunos, além de ser mais uma opção de transportar o conhecimento. Para isso, é necessário ter ideia do nível de capacidade e de conhecimentos (o nível de desenvolvimento real e potencial) dos discentes, em relação ao conteúdo que se deseja abordar, para que seja possível uma boa distribuição dos grupos, de



maneira que os componentes possam se beneficiar dos conhecimentos e capacidades de seus colegas.

Vygotsky, quando falou em Zona de Desenvolvimento Proximal, fez muitas considerações em relação a crianças, no entanto, pode-se perceber que a consideração do desenvolvimento cognitivo de indivíduos graduandos também se faz importante no processo de ensino-aprendizagem, principalmente quando se trabalha com a formação de grupos .

A Resolução de Problemas, enquanto metodologia de ensino, permitiu que os alunos se debruçassem sobre os problemas e compreendessem os conceitos matemáticos que se pretendia abordar. As fórmulas de arranjo e de combinação não foram demonstradas, elas foram apresentadas somente depois que os discentes demonstraram compreensão sobre os conceitos. A partir daí, os alunos compararam as suas respostas, obtidas de forma refletida sobre os problemas, com as respostas obtidas através do uso das fórmulas.

Os problemas também se mostraram instrumentos de motivação para os discentes, pois vieram a ser propostas desafiadoras para eles. É importante salientar que os auxílios fornecidos aos grupos, durante a resolução dos problemas, foi de forma instigadora da reflexão. Em momento algum foi dado respostas ou parte delas.

## REFERÊNCIAS

COLE, M. & SCRIBNER, S. “Introdução”. In: VYGOTSKY, L. S. A formação social da mente. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M. Pesquisa Pedagógica. Porto Alegre: Artmed, 2008.

LUPINACCI, M. L. V. e BOTIN, M. L. M. Resolução de problemas no ensino de matemática. Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, p. 1-5.

MEC (1998) Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos: apresentação dos temas transversais – 1998. Secretaria de Educação Fundamental, Ministério da Educação e do Desporto, Brasília, DF.



POLYA, G. A arte de resolver problemas. Um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1995, 196p.

REGO, Teresa Cristina. Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação. 21. ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2010.

VILA, Antoni; CALLEJO, María Luz. Matemática para aprender a pensar. Porto Alegre: Artmed, 2006.

