



A IMPORTÂNCIA DAS INEQUAÇÕES TRIGONÔMÉTRICAS: REFLEXÕES COM RELAÇÃO AO ENSINO E APRENDIZAGEM

Maria do Rosário Alves Patriota

Universidade de Pernambuco- Campus Garanhuns - UPE
rosariopatriota@hotmail.com

Vania de Moura Barbosa Duarte

Universidade de Pernambuco- Campus Mata Norte - UPE
Vania.duarte@upe.br

RESUMO

Este artigo teve como objetivo realizar uma análise do processo de ensino e aprendizagem da Trigonometria, com ênfase nas Inequações trigonométricas. Esta ciência desde seu surgimento é uma ferramenta de grande aplicabilidade na Matemática e em outros campos da atividade humana, contribuindo para o desenvolvimento social e científico. Para tanto, desenvolvemos nesta pesquisa o método quantitativo/qualitativo que constou da análise em livros didáticos e de currículos de Matemática através de um levantamento bibliográfico no intuito de saber se os autores contemplam as Inequações Trigonométricas em suas obras, diante da hipótese da escassez de dados referentes a este assunto. Promovemos também a aplicação de um questionário aos professores de Matemática. Portanto, observamos que o ensino de Inequações Trigonométricas deve ser vivenciado no Ensino Médio apesar de não está sendo dada muita ênfase nas escolhas dos professores e em livros didáticos.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Trigonometria, Currículo, Inequações Trigonométrica.

1. INTRODUÇÃO

A trigonometria teve início no século XVIII estando vinculada ao estudo de ângulos e lados dos triângulos. Historicamente apareceu muito cedo como Matemática associada à Astronomia, sendo de fundamental importância para o desenvolvimento da mesma. Segundo Youssef (2005) grande parte das teorias matemáticas que descrevem o movimento dos astros



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

sejam eles planetas, satélites, ou mesmo galáxias, exige um grande conhecimento trigonométrico.

Bongiovani et al (1993) evidencia a importância do estudo das Inequações Trigonométricas ressaltando que embora tenham uso restrito na Matemática permitem um domínio maior dos conceitos de seno, cosseno e tangente de um arco da primeira volta da circunferência. Talvez por estas não apresentarem aplicações práticas conhecidas no cotidiano e na ciência, seja uma das possíveis explicações para seu estudo ser pouco abordado. No entanto Lorenzato (2006) aponta que não se deve ensinar só o que possui aplicações, visto que, não é fácil encontrar aplicações para tudo o que se ensina na matemática.

A motivação para realização desta pesquisa surgiu a partir de observações feitas no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade de Pernambuco-UPE, campus Garanhuns, referentes às dificuldades no processo de ensino e aprendizagem do campo conceitual trigonométrico. Assim como a escassez de produção científica voltada para o assunto de Inequação Trigonométrica, somada aos obstáculos na aprendizagem e abordagem dos seus conceitos teóricos e práticos. Hipótese levantada a partir de pesquisas realizadas em fontes bibliográficas, livros didáticos e sites de anais de eventos matemáticos.

Baseando-se neste contexto surgiu o objetivo desta pesquisa exploratória de realizar um estudo teórico-conceitual com relação ao processo de ensino e aprendizagem da Trigonometria, com enfoque nas Inequações Trigonométricas. Assim como evidenciar a contemplação dos assuntos matemáticos que são poucos abordados, com isso valorizando o trabalho de séculos realizados por matemáticos que não estão mais entre nós, mas que com seus estudos e pesquisas trabalharam para o desenvolvimento e criação do conhecimento matemático.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Atualmente o conhecimento trigonométrico não se limita ao estudo dos ângulos e lados dos triângulos, suas aplicações se estendem a outros campos da ciência, como Análise,



Cálculo, Geometria analítica de forma integrada. Bem como no desenvolvimento da atividade humana, onde podemos destacar as aplicações voltadas para a Mecânica, Topologia, Engenharia Civil, Medicina, Cartografia e Astronomia.

Porem mesmo diante das suas contribuições para o desenvolvimento social e científico, seu estudo é pouco explorado no cotidiano dos alunos, deixando muito a desejar. Onde na maioria das vezes é abordada de forma acessória, com métodos tradicionais, contemplando apenas assuntos referentes ao estudo dos triângulos de forma integrada com o ensino de Geometria. Onde se recordam fórmulas e exigem-se memorizações de relações sem qualquer sentido ou significado conforme (BRIGUENTI, 2007; CAMARGO, 2004).

Segundo Uberti (2003) é através das aplicações trigonométricas que esclarecemos ideias que estão sendo formadas pelos alunos, especialmente, para oferecer respostas aos porquês colocados pelos estudantes de ser aprender determinados assuntos. Possibilitando aos professores de matemática dá significado a aprendizagem, construindo um olhar mais crítico sobre os objetos do conhecimento.

Neste enfoque se encontram as Inequações Trigonométricas, que de modo geral, chamamos qualquer inequação onde a incógnita está associada a alguma das funções trigonométricas conforme Bianchini e Paccola (2003). Trazemos também a definição colocada por Facchini (2006) em sua obra *Matemática Para a Escola de hoje*, onde este traz a seguinte definição: Quando encontramos função trigonométrica da incógnita ou função trigonométrica de alguma função da incógnita em pelo menos um dos membros de uma inequação, dizemos que esta inequação é trigonométrica.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa teve o seu desenvolvimento subdividido em etapas descritas abaixo.

3.1 Primeira Etapa

Realização do levantamento de dados para formulação da hipótese, que constou da realização de pesquisas em fontes bibliográficas, documentais e análise de livros didáticos de



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

matemática do segundo grau/ atual ensino médio com edições publicadas no período de 1990 a 2011, que abordam os conceitos trigonométricos. Nas obras didáticas analisadas se buscou verificar a existência de um capítulo no eixo da trigonometria voltado as definições e resoluções das Inequações Trigonométricas.

3.2 Segunda Etapa

Constou da elaboração e aplicação de um questionário composto de oito questões subdivididas em múltipla escolha e discursivas, voltadas para o campo conceitual trigonométrico enfatizando as Inequações Trigonométricas de caráter investigatório, tendo como público alvo professores e pesquisadores da Matemática. Com perguntas voltadas para aspectos como: atuação; formação; tempo de atuação; rede de atuação; como também no livro didático adotado qual a ênfase nas inequações trigonométricas; considera importante na formação do estudante o conhecimento trigonométrico; Por quê; quais os assuntos trigonométricos contemplados em sua prática docente.

3.2.1 Participaram primeiramente desta pesquisa vinte professores/pesquisadores Matemáticos escolhidos aleatoriamente em um encontro de Educação Matemática: *Encontro Paraibano de Educação Matemática e II Fórum de Licenciaturas em Matemática* – (EPBEM) realizado em novembro de 2012 na cidade de João Pessoa/ PB no campus I da Universidade Federal da Paraíba – UFPB.

3.2.2 Durante os meses de novembro e dezembro de 2012, dando continuidade a pesquisa o mesmo questionário foi aplicado nos municípios Pernambuco de (Garanhuns, Jupi e Jucati) localizados na região do Agreste, com a participação de vinte professores de matemática que atuam no ensino fundamental e médio nas redes estaduais e municipais do referido estado.

- Garanhuns, pertence à Mesorregião do Agreste Pernambucano e à Microrregião de Garanhuns, e está localizado a 228km^2 da capital pernambucana, Recife, com uma área de 472 km^2 e população 112.462 (IBGE, 2013).
- Jupi está localizado na mesorregião do agreste pernambucano e microrregião de Garanhuns, distante 204 km da capital Recife, com uma área de $112,531\text{ km}^2$ e população de 13 709 habitantes (IBGE, 2010).



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

- Jucati está localizado na mesorregião do agreste pernambucano e microrregião de Garanhuns, distante 200km^2 da capital Recife, com uma área de $120,654\text{km}^2$ e população de 10 604 habitantes (IBGE, 2010).

Esta investigação teve uma abordagem quantitativo/qualitativa a qual segundo Lakatos (2006) tem-se no âmbito da Pesquisa Quantitativa a tradução em números opiniões e informações para classificá-los e organizá-los, utilizando-se de métodos estatísticos. E no âmbito da Pesquisa Qualitativa considera - se a existência de uma relação dinâmica entre mundo real e sujeito, de forma descritiva utilizando o método indutivo, onde o processo é o foco.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Desde seu surgimento até os dias atuais a trigonometria tem se desenvolvido aprimorando várias áreas do saber, contribuindo de forma significativa não só no processo de ensino e aprendizagem, mas também para o avanço da ciência e tecnologia. Por exemplo, podemos evidenciar aplicações voltadas para a medicina, dentre elas os métodos de análise, onde são enviadas ondas ao coração, de forma que efetuem interações seletivas com os tecidos a observar, que se dar por fenômenos periódicos, o que recai nas funções periódicas.

Daí a importância da contemplação e aprofundamento deste conhecimento em todos os níveis de escolarização. Proporcionando uma base de conhecimento que garante um bom desempenho em estudos posteriores, visto que, este conhecimento é de fundamental importância para o desenvolvimento de variadas carreiras profissional. Não só para aqueles que vão atuar em áreas afins, ou no seu ensino e pesquisa Matemática.

Com relação a este aspecto na análise das respostas dos colaboradores desta pesquisa quando indagados se consideram o importante o conhecimento trigonométrico na formação do estudante estes em (97%) responderam que *Sim*, evidenciado suas aplicações como principal justificativa. Citando vários exemplos que vão desde processo de ensino e aprendizagem até



II CONEDU
CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

as que estão voltadas ao desenvolvimento tecnológico. O que pode ser evidenciado na **figura 1** que seguem abaixo.

Figura 1: Tiragem da resposta de um sujeito da pesquisa

Sim. A Trigonometria envolve funções cíclicas, que podem ser estudadas através, por exemplo, do estudo das marés, do funcionamento do aparelho de eletrocardiograma, que desmistifica um pouco esse conteúdo e dá uma aplicabilidade a Trigonometria.

Fonte: Dados da pesquisa

Destacamos também que os participantes desta investigação em torno de (40%) participam de grupos de pesquisas em variadas áreas do conhecimento Matemático, como por exemplo; tecnologias aplicadas ao ensino de matemática; história da matemática; Equações Diferenciais de Primeira Ordem: Soluções Gerais; PIBID em ação e didática da Matemática.

A **figura 1** acima demonstra a importância dada pelos colaboradores desta indagação ao papel que a trigonometria desempenha com suas variadas aplicações nos mais variados campos do desenvolvimento humano, bem como em áreas mais avançadas deste saber Matemático. Já Com relação às Inequações Trigonométricas não obtivemos nas respostas propostas nenhuma aplicação.

Sabemos que quando um Matemático desenvolve um novo conceito a princípio não há nenhuma aplicação prática. O que não impede de outros pesquisadores ficarem com a tarefa de transformar esse conceito em algo útil à humanidade. Porém isto só é possível se for dada a devida importância à criação de cada saber matemático, como o referente assunto investigado.

Utilizar recursos didáticos como materiais manipuláveis e tecnológicos como softwares matemáticos permitem uma maior interação e motivação entre os estudantes no processo de reconstrução do conhecimento Matemático. Proporcionando uma maior



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

abordagem pelos professores e estudantes em um processo interativo e colaborativo. Possibilitando possivelmente o desenvolvimento de uma aplicação de forma integrada aos demais saberes matemáticos ou a ciência.

Já no desenvolvimento do tratamento de dados quantitativos das análises das respostas dos professores com relação questões voltadas, a atuação, Formação, Tempo de atuação, pode-se destacar os seguintes resultados explicitados nas **tabelas de 1 a 3**, que seguem abaixo.

Tabela 1: Características dos sujeitos referentes à atuação

ATUAÇÃO	QUANTIDADE	PORCENTAGEM
Ensino médio	21	52,5%
Ensino Fundamental	10	25%
Ensino Superior	09	22,5%
TOTAL	40	100%

Fonte: Dados da pesquisa

Tabela 2: Características dos sujeitos referentes à formação

FORMAÇÃO	QUANTIDADE	PORCENTAGEM
Graduação	10	25%
Especialização	20	50%
Mestrado	08	20%
Doutorado	02	5%
TOTAL	40	100%

Fonte: Dados da pesquisa

Tabela 3: características do sujeito referentes ao tempo de atuação

TEMPO DE ATUAÇÃO DO MAGISTERIO	QUANTIDADE	PORCENTAGE M
01 a 10 anos	17	43%
11 a 20 anos	11	27%



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

21 a 30 anos	06	15%
31 a 40 anos	06	15%
TOTAL	40	100%

Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com os dados explicitados na **tabela 1** podemos observar um maior percentual de professores com atuação no ensino médio, etapa de ensino na qual o objetivo da pesquisa está vinculado.

Diferentemente de outros assuntos trigonométricos como: os triângulos, relações trigonométricas e funções circulares, as Inequações Trigonométricas não tem uma aplicação fora da matemática conhecida, que possa ser utilizada na vida diária, somada a sua difícil abordagem e contextualização.

Os colaboradores desta investigação apontam como possíveis justificativas para a carência da abordagem deste assunto as dificuldades apresentadas pelos estudantes na compreensão dos conceitos teóricos e práticos e ausência de metodologias adequadas em conjunto com a falta de tempo no cronograma escolar. Alguns docentes também afirmam que o livro didático que trabalham não aborda as Inequações Trigonométricas e também não fazem parte do seu planejamento de aula.

Já outros trabalham este assunto de forma bastante resumida, pois, tendem dá um enfoque maior aos assuntos da Álgebra considerando-os mais importantes argumentam que suas práticas de ensino estão voltados para os assuntos que são cobrados pelos principais vestibulares, concursos e Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), como o estudo da estatística e probabilidade, por exemplo.

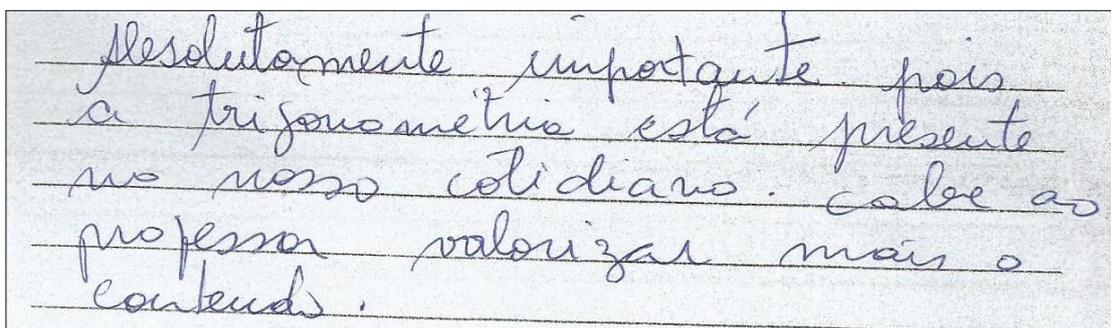
Outra causa também aponta recai na formação dos professores, onde estes em (60%) revelam que em sua formação acadêmica, bem como em sua trajetória escolar não foi estudado este referido assunto. Ocasionalmente a problemática como ensinar o que não se aprendeu?

Neste contexto houve diferentes colocações por parte dos colaboradores, mas em contrapartida as questões relacionadas à falta de tempo no cronograma escolar, formação, propostas



curriculares, teve participantes que evidenciaram a importância deste assunto. Argumentando que mesmo diante das dificuldades encontradas o professor deve buscar possíveis soluções para a problemática em questão, valorizando mais esta referida área do saber matemático, conforme explicitado na figura 5 abaixo.

Figura 5: Tiragem da fala de um participante da pesquisa



Fonte: Dados da pesquisa

Outro aspecto relevante com relação à construção do conhecimento das Inequações Trigonométricas está relacionado ao entendimento e compreensão dos conceitos teóricos e práticos das Equações trigonométricas, essa questão pode ser observada nos livros didáticos onde o capítulo de Inequação vem após o de Equações Trigonométricas, ou ambos em um único capítulo. Com relação a este aspecto alguns participantes destacam que não abordam este referido assunto porque nem sempre conseguem trabalhar anteriormente os conceitos das Equações Trigonométricas.

Diante do que vem sendo exposto evidencia-se alguns porquês das Inequações Trigonométricas terem uma fonte de dados escassa. No entanto não se pode esquecer que em todo assunto matemático existem pessoas envolvidas em sua criação, onde dedicaram seu tempo ao estudo. Com isso tornando-se de fundamental importância que no ensino desta ciência todos os assuntos sejam estudados por professores e alunos mesmo que não tenham uma aplicabilidade ou utilidade direta, pois o conhecimento nunca é desnecessário.

Em livros didáticos como o de Dante (2011), podemos observar a inexistência do tópico referente às Inequações Trigonométricas, fazendo uma pequena referência no término do capítulo que trata das Equações Trigonométricas, através de um desafio para ser



vivenciado em dupla no qual elenca a seguinte situação: *resolva a inequação trigonométrica*

$\sin x > \sqrt{\frac{2}{2}}$: no intervalo de x $0 \leq x \leq 2\pi$, assim como Sousa(2010) & Paiva(2009). No entanto autores como Iezzi (2004); Gentil et al (1998); Smole & Diniz (2003) e Bianchini & Pacola (1995) dedicam um capítulo voltado as definições e resoluções de problemas com as Inequações Trigonômétricas, explorando aspectos conceituais.

Quando indagados com relação a abordagem deste referido assunto em seu livro didático, os sujeitos colocaram que a ênfase é a mesma da as Equações trigonométricas, isso quando os autores das referidas obras por eles trabalhadas contemplam o assunto. Conforme explicitado na **tabela 6 abaixo**.

Tabela 4: Quantitativo da abordagem das Inequações Trigonômétricas no livro didático dos sujeitos da pesquisa.

ÊNFASE	PERCENTAGEM	QUANTITATIVO POR PROFESSOR
Regular	17,5%	07
Pouca	30%	12
Nenhuma	52,5%	21
TOTAL	100%	40

Fonte: Dados da pesquisa

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do exposto observamos que o ensino de Inequações Trigonômétricas deve ser vivenciado no Ensino Médio e aprofundado no ensino superior, apesar de não está sendo dada muita ênfase nas escolhas dos professores como também nos livros didáticos de edições recentes, contudo observamos que existem conceitos como o em foco que na vida do estudante, principalmente aquele que irá fazer cursos das exatas precisa ser revisitado.



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

Uma possível forma de aprimorar e atualizar os professores de matemática para sua atuação no campo conceitual trigonométrico pode ser feita por meio de cursos de extensão voltados para o ensino e aprendizagem da Trigonometria, subsidiado pelas tecnologias da informação, materiais concretos e manipuláveis, história da matemática, modelagem matemática e tecnologias aplicadas ao ensino da Matemática. Proporcionando que os docentes aprendam a utilizar estes recursos em sua atuação profissional, desenvolvendo sua práxis pedagógica.

6. REFERÊNCIAS

BOYER, Carl. História da Matemática. Trad. de Elza Gomide. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1974.

BRIGUENTI, Maria José Lourenço. **Ensino e aprendizagem da trigonometria: novas perspectivas da educação matemática.** Disponível em: <http://www.proem.pucsp.br/teses/Briguen.html>>acesso em 07/06/2013.

BIANCHINI, E; PACCOLA, E. **Curso de Matemática: volume único,-3ª ed. rev. e ampl.** São Paulo: Moderna, 2003.

BONGIOVANNI, et al. **Matemática e Vida.** 2ª ed. Editora Ática, 1993. São Paulo.

COSTA, M.L.C, **A história da trigonometria.** Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/modulo3/mod3_pdf/historia_triogono.pdf. Acesso em: 12 de jun. de 2014.

CAMARGO, Susan Nectoux. **Ensino com enfoque na pesquisa: repercussões na aprendizagem de trigonometria.** 2004. 122f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) –Faculdade de Física, PUCRS, Porto Alegre, 2004.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da Realidade à ação: reflexões sobre Educação e Matemática.** São Paulo: Universidade Estadual de Campinas,1986. 115p.



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

DANTE, L. R. **Volume único**, - 1ª ed. São Paulo: Ártica, 2010.

EVES, Howard, **Introdução à História à Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues, - 3 ed.- Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2002.

FACCHINI, Walter. **Matemática Para Escola de Hoje** - ed. não-consumível. São Paulo: Moderna, 2006. [6] Iezzi, Gelson. **Fundamentos da Matemática Elementar**, - 6ª edição São Paulo: Atual Editora, 2003.

GENTIL et al, **Matemática para o segundo grau** - 10ª edição. São Paulo: Editora Ártica, 1998.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos da Matemática Elementar** - 6ª edição. São Paulo: Atual Editora, 2003.

LORENZATO, Sergio. **Para Aprender Matemática**, - 6ª ed.- Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

M. de A. e LAKATOS, E. M. **Técnicas de Pesquisa**, - 6ª ed. São Paulo: MARCONI: Atlas, 2006.

PAIVA, M. **Matemática/Ensino Médio**. 1ª edição- São Paulo: Moderna 2009.

PERNAMBUCO, **Base Curricular Comum para as redes Públicas de Ensino**. Secretaria de Educação-Recife: SE.2008.

SMOLE, K.C.S; DINIZ, M.I.S.V. **Matemática para o ensino médio**. 3ª edição- São Paulo: Saraiva, 2003.

SOUSA, J. R. **Novo olhar Matemática**. 1ª edição-s São Paulo: FTD, 2010.

YOUSSEF, Antônio Nicolau; SOARES, Elizabeth e FERNANDEZ, Vicente Paz, et al **Matemática: ensino médio, volume único**, - 1ªed. – São Paulo: Editora Scipione, 2005. III Mostra de Pesquisa da Pós-Graduação – PUCRS, 2008.



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO