



II CONEDU
CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

A UTILIZAÇÃO DE REPRESENTAÇÕES SIMBÓLICAS NOS PROBLEMAS COMBINATÓRIOS EM LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

José Jefferson da Silva

Universidade Federal de Pernambuco, email: jef3ferson@hotmail.com

Cristiane de Arimatéia Rocha

Universidade Federal de Pernambuco, email: tiane_rocha@yahoo.com.br

Resumo

Esse estudo objetiva investigar as representações simbólicas utilizadas em problemas combinatórios em duas coleções de livros didáticos e manuais de professores dos anos finais do Ensino fundamental. Para isso, selecionamos duas coleções que foram a mais adotada e a menos adotada no país de acordo com informações do Programa nacional do Livro Didático 2014. Na análise dos resultados, observou-se que os autores apresentam as informações sobre problemas combinatórios por meio de exercícios resolvidos, enquanto com relação as representações simbólicas priorizam o uso de apenas o enunciado em detrimento das demais. Em uma coleção houve exemplos que apresentavam variedade de representações simbólicas, mas ainda de maneira pontual. Trata-se de um recorte do trabalho de conclusão de curso de Licenciatura em Matemática UFPE-CAA.

Palavras chave: Raciocínio Combinatório; Representações Simbólicas; Livro Didático; Anos Finais.

INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta um recorte das discussões e dos resultados obtidos numa pesquisa de Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática – intitulado *Análise dos Problemas Combinatórios em Livros Didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental* de Silva (2015), mais especificamente de analisar os indícios das orientações ou questões que possibilitem a discussão das representações simbólicas

no ensino de combinatória, presente em coleções de livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental.

O Ensino de Combinatória na Educação Básica tem suas primeiras orientações nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) dos anos finais Ensino Fundamental, no qual se justifica que um olhar mais atento para nossa sociedade mostra a necessidade de acrescentar aos conteúdos de matemática, “aqueles que permitam ao cidadão “tratar” as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos, a raciocinar utilizando ideias relativas à probabilidade e à combinatória.” (BRASIL, 1998, p. 49).

O PCN de Matemática dos anos iniciais indica ainda que “relativamente à combinatória, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações-problema que envolvam combinações, arranjos, permutações e, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem.” (BRASIL, 1997, p.40). Assim sendo, fica nítida a orientação para o professor de matemática apresentar questões que envolvam o raciocínio combinatório.

Mas será que os professores dos anos finais do ensino fundamental têm disponíveis questões que levem o aluno a refletir sobre as situações-problema de combinatória?

Para melhor entender esta problemática, e tendo em vista que uma das principais fontes de pesquisa de um professor é o livro didático, faz-se necessário uma análise das questões e problemas propostos pelos mesmos.

Para essa análise foi selecionada a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1991) que defende que um conceito não pode ser reduzido à sua definição quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino, sendo necessário incluir/discutir as três dimensões envolvidas no processo de ensino-aprendizagem – situações, propriedades invariantes e representações simbólicas.



TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, nomeadamente daquelas que revelam das ciências e das técnicas. (VERGNAUD, 1991, p. 155)

Segundo esta teoria, “um conceito não pode ser reduzido à sua definição, pelo menos quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino” (idem, p. 156).

No ambiente da Teoria dos Campos Conceituais, há três dimensões do conhecimento, de forma descrita abaixo:

S: conjunto das situações que dão sentido ao conceito (a referência);
I: conjunto das invariantes nas quais assenta a operacionalidade dos esquemas (significado);
R: conjunto de representações simbólicas, utilizadas tanto para representações quanto para resolução do problema (significante).
(VERGNAUD, 1991, p. 166)

Assim, na Teoria dos Campos Conceituais, um conceito depende das três dimensões do conhecimento (S, I, R) que são atrelados. Desta forma, para esse autor:

[...]um campo conceitual é ao mesmo tempo um conjunto de situações e um conjunto de conceitos: o conjunto de situações cujo domínio progressivo pede uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas em estreita conexão; o conjunto de conceitos que contribuem com o domínio dessas situações. (VERGNAUD, 2009, p.29)

Para Vergnaud (2009) existem diferentes significados para o termo representação: (1) “Fluxo da consciência em que cada indivíduo testemunha por seu próprio pensamento” (ibid, p.24); (2) “Categorias de pensamento com os quais um indivíduo capta e integra as informações presentes em uma situação” (ibid, p.24); (3) “Relações significantes/significados na linguagem natural e em outros sistemas simbólicos desenvolvidos pelas sociedades humanas ao longo da história” (ibid, p.25).

No caso das representações simbólicas no livro didático, podemos enquadrá-las no terceiro significado descrito por Vergnaud (2009). Para esse autor, essas relações entre significantes/significados são utilizadas “para representar os conhecimentos tidos como verdadeiros, comunicar suas intenções e sustentar seus processos de pensamento” (ibid, p.25). Cabe salientar que mesmo sendo utilizados e visualizados sua interpretação e compreensão dependem em estreita medida dos invariantes operatórios dos indivíduos a que se destinam.

A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E A COMBINATÓRIA

Conforme descrito na secção anterior, o conceito, segundo a Teoria dos Campos Conceituais, é formado pelas situações, pelos invariantes e pelas representações envolvidas, que são conectadas. Assim faz-se necessário apresentar as três dimensões no ensino e aprendizagem da combinatória.

Quanto às situações, Pessoa e Borba (2009) classificam os problemas combinatórios em quatro tipos, são eles: produto cartesiano, permutação, arranjo e combinação. Para cada tipo de problema as autoras elegeram invariantes do conceito que foram explicitados e detalhados em pesquisas posteriores, como apresenta Borba (2013):

No caso de produtos cartesianos, os elementos são escolhidos a partir de dois ou mais conjuntos diferentes e a ordem na qual estes elementos são enumerados não constituem possibilidades distintas[...] Nos arranjos os elementos são escolhidos a partir de um conjunto único, mas nem todos os elementos constituem as possibilidades a serem enumeradas. Neste tipo de problema a ordem na qual os elementos são escolhidos constituem possibilidades distintas. [...] As permutações são vistas, na Matemática, como casos particulares de arranjos, nos quais todos os elementos são escolhidos. Cognitivamente falando, entretanto, estes são tipos de problemas distintos, pois nos arranjos os elementos não são todos utilizados na escolha de cada possibilidade e nas permutações todos os elementos são utilizados em cada uma das possibilidades. [...] Nas combinações tem -se que são escolhidos alguns elementos de um conjunto único e a ordem de escolha dos elementos não constituem possibilidades distintas (ibid, p.3-5)

Para cada tipo de problema combinatório, as representações simbólicas utilizadas pelos estudantes (segundo sentido) podem ser bastante diversificadas, mas



para isso faz-se necessário que professores e atividades propostas possibilitem “uma gradual construção de procedimentos mais formais, até chegar-se ao uso consciente das fórmulas de Análise Combinatória” (BORBA, 2013, p.6).

Sobre às representações simbólicas possíveis nas questões de combinatória em livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, Barreto e Borba (2010) listaram: desenho, apenas enunciado (sem sugestão), algoritmo, cálculo oral e mental, manipulativos, tabela, árvore de possibilidade, mais de uma, outros (fotografias, exemplos e/ou jogos).

Abaixo segue um exemplo de questão que solicita que o aluno utilize para solucionar o problema, as representações simbólicas: TABELA e DESENHO.

Você já viu pessoas enviando mensagens com duas bandeirinhas? Isso pode acontecer quando dois navios estão próximos e desejam comunicar-se:



Vamos formar um código para essas mensagens no qual cada bandeirinha só pode ter 3 posições.

Cada par de posições representa uma instrução do código.

a) Copie essa tabela caderno e complete-a

ADILSON BECCO

Figura I: Exemplo de questão utilizando a representação MAIS DE UMA
Fonte: LD-1, 6º ano, pág. 29

Percebemos que neste problema é solicitado duas representações, teríamos um caso que se classificaria na categoria: MAIS DE UMA.

METODOLOGIA



Para o desenvolvimento desta pesquisa proposta foi escolhido duas coleções entre as dez aprovadas pelo PNLD-2014. Como buscamos *compreender como a combinatória está inserida nas coleções de livros dos anos finais do PNLD-2014*, escolhemos inicialmente a coleção mais adotada no país(codificada como LD-1), e a segunda foi a coleção menos adotada (codificada como LD-2).

Segundo dados do FNDE, disponibilizados através do documento, Coleções mais distribuídas por componente curricular (BRASIL, 2013), a coleção mais adotada teve 2.831.411 exemplares distribuídos, enquanto a menos adotada teve 270.860 exemplares. Esses valores foram obtidos a partir da soma dos livros de 6º ao 9º ano, assim como os manuais dos professores dos respectivos anos do ensino fundamental. Em seguida foi realizada uma pesquisa quali-quantitativa. Iniciando por uma verificação quantitativa das questões que sugerem o uso do raciocínio combinatório, assim como classificando quanto a representação simbólica recomendada. Continuando com uma análise qualitativa das orientações dadas aos professores, por meio dos respectivos manuais dos professores, buscando orientações sobre as representações simbólicas existentes.

Por fim, salientamos que para o processamento de todos os dados quantitativos foi utilizado o programa IBM SPSS Statistics, este software é uma coleção de produtos que aborda todo o processo analítico, desde o planejamento até a coleta de dados para análise, relatórios e implantação e permite a análise de variáveis de forma simples e rápida, podendo-se cruzar variáveis e gerar, tabelas, gráficos, dados estatísticos, como a covariância, entre outros.

DISCUSSÃO E RESULTADOS

As questões catalogadas foram classificadas quanto às representações simbólicas utilizadas pelos autores. Tal classificação baseou-se em Barreto e Borba (2010), separando as classes: árvore de possibilidades, desenho, tabela, apenas enunciado – sem



sugestão, mais de uma representação, ou outros. Segue abaixo gráfico com a síntese dos resultados encontrados nas coleções.

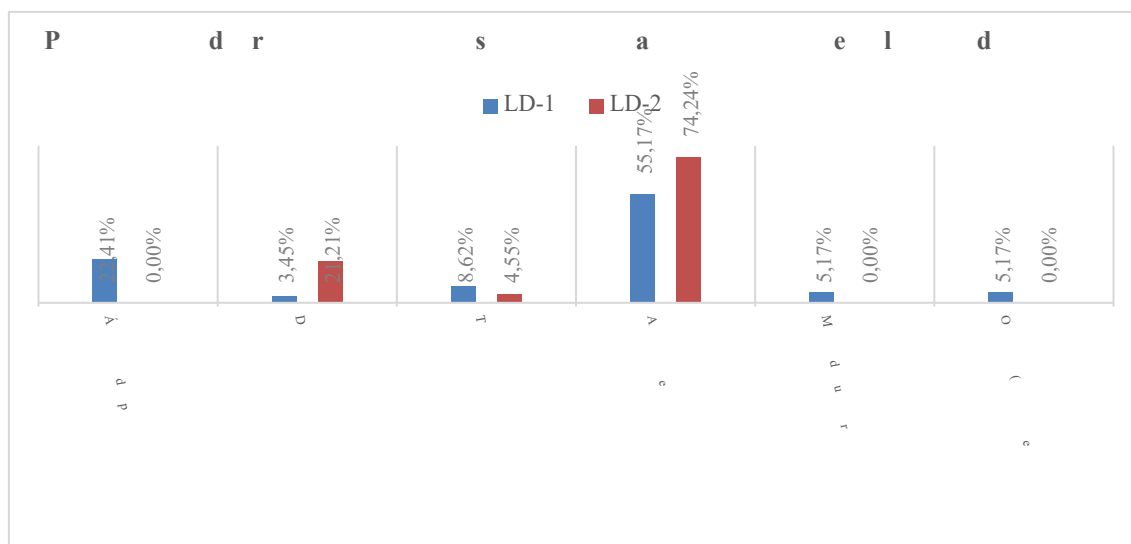


Gráfico 1: Distribuição das representações simbólicas por coleção de livro

Segundo a análise, percebe-se que na coleção LD-1, obteve-se: apenas enunciado – sem sugestão (55,17%), árvore de possibilidades (22,41%), tabela (8,62%), mais de uma representação (5,17%), outros (5,17%) e desenho (3,45%). Em LD-2, observou-se: apenas enunciado – sem sugestão (74,24%), desenho (21,21%) e tabela (4,55%). Salientamos que não foram encontradas questões com as representações *cálculo oral e mental; algoritmos; e manipulativos*.

Percebe-se que ambos os autores valorizam questões que apresentem apenas o enunciado, deixando o aluno buscar suas próprias representações para resolução dos problemas, porém tal escolha limita as discussões possíveis sobre as diferentes representações e suas utilizações para a resolução de problemas. Neste sentido, o autor do LD-1 permite maior interação entre as representações existentes e as questões distribuídas em sua coleção, além disso, é considerada apropriada a ênfase dada pelos autores quanto à utilização e construção prática da *árvore de possibilidades*, como



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

estratégia de resolução. A disposição das questões por representações distribuídas por série pode ser vista no gráfico 2.

Os dados do gráfico 2 nos remetem que a coleção do LD-1 utilizam mais tipos de representações no 6º, 7º e 8º ano, enquanto no 9º ano dá preferência em questões que apresentam apenas o enunciado, desta forma podemos inferir que os autores apresentam várias formas de representação nos anos que introduzem esta etapa da educação básica, e aumentam o grau de liberdade de escolha da forma de representação a ser utilizada nos anos finais.

Os autores do LD-2 utilizam o desenho no 6º e 8º ano, tabela no 8º e 9º ano, porém a maior frequência é das questões que apresentam apenas o enunciado – sem sugestão de representação, deixando assim que o aluno decida qual representação utilizar.

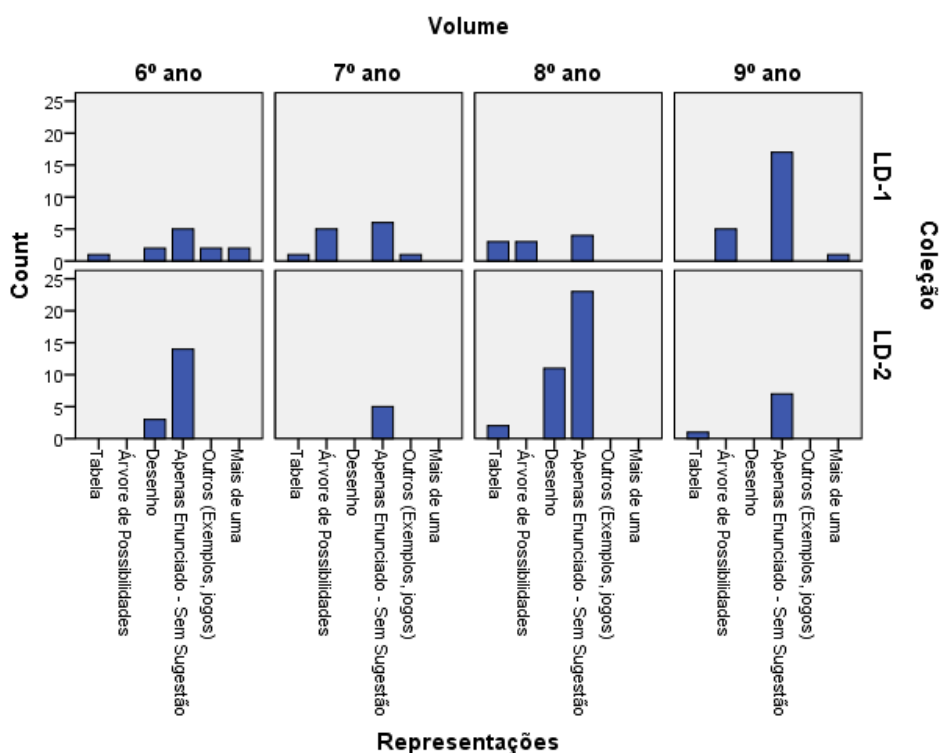


Gráfico 2: Representações Simbólicas distribuídas por Volume da Coleção de Livro



Um exemplo de questões com apenas o enunciado, encontrado no 8º ano do LD-2, é apresentado na figura 2.

Uma escola ofereceu para os alunos cursos dos seguintes idiomas, dos quais cada aluno deve escolher dois: FRANCÊS, ALEMÃO, JAPONÊS, ESPANHOL. Responda ao que se pede.

a) Quantas são as escolhas possíveis?

Figura 2: Questão que solicita ao aluno que invente uma questão Fonte: LD-2, 8º ano, pág. 267

Apesar disto, as seções que fomentam o ensino de combinatória, apresentam na maioria das vezes a utilização de uma representação, através de um exemplo respondido. LD-1 apresentou tabela (7º e 8º anos); árvore de possibilidades (7º e 9º anos); raciocínio multiplicativo (7º e 9º anos). Notemos que não há questões resolvidas no

	LD-1				LD-2				6º ano, isso há
	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	
Tabela		X	X		X		X		
Árvore de Possibilidades		X		X			X	X	
Raciocínio Multiplicativo		X		X	X		X		

utilização de nenhuma representação simbólica. LD-2 exibiu tabela (6º e 8º anos); árvore de possibilidades (8º e 9º ano) e raciocínio multiplicativo (6º e 8º anos). Tais distribuições podem ser visualizadas na tabela abaixo:

Tabela 1: Representações Utilizadas em exemplos x Volume e Coleção

Por fim, notemos que apesar de solicitarem em questões algumas outras representações simbólicas, os autores limitam-se a apresentar formalmente apenas três possíveis representações.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo buscou analisar os problemas combinatórios propostos em livros didáticos e manuais do professor dos anos finais do ensino fundamental.

Ambos os autores classificam a combinatória, como pertencente ao bloco Tratamento da Informação, conforme orientação dos PCN. A disposição das questões ao longo das coleções acontece em capítulos específicos de Tratamento da Informação, mas está presentes também em capítulos reservados ao estudo de Números e Operações, o que mostra a atualização dos autores com as pesquisas que orientam a interdisciplinaridade, oportunizando aos alunos conexões de diversas áreas da matemática, diferentes formas de pensamento matemático e vários campos do conhecimento.

A escolha das representações simbólicas é muito sensata na coleção LD-1, os autores começam solicitando explicitamente o uso de desenhos e tabelas nos 6º e 7º anos, e árvore de possibilidades e apenas enunciado, nos 8º e 9º anos. Na coleção LD-2 a maioria das questões são do tipo apenas enunciado – sem sugestão, chegando a 74,24% das questões, os autores preferem trabalhar algumas das representações através de exemplos presentes no início dos capítulos.

Quanto às representações, identificou-se ainda que enquanto a coleção LD-1 faz uso de seis tipos (*árvore de possibilidades, desenho, tabela, apenas enunciado – sem sugestão, Outros: Jogos e Exemplos, Mais de uma*), a outra utiliza apenas três (*árvore de possibilidades, desenho e tabela*). Além disto, ambos os autores, em seus exemplos



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

resolvidos utilizam sempre três representações: *árvore de possibilidades*, *tabela de dupla entrada* e *raciocínio multiplicativo* (*princípio fundamental da contagem*).

Em geral, as discussões existentes na coleção dos alunos são escassas, sendo preferido, por ambos os autores, a metodologia de apresentação do conteúdo através de exemplos resolvidos para trabalhar o conteúdo.

Nas orientações aos professores, as orientações tratam-se apenas do uso de algumas representações simbólicas. Não houve nenhuma referência das situações e/ou propriedades invariantes, indicando assim a necessidade de um complemento do manual do professor que oriente cada situação.

Ressaltamos ainda que os resultados obtidos são de duas das coleções adotadas, sendo assim fazem-se necessárias pesquisas futuras que busquem identificar como é disposto o conteúdo nas demais coleções. Além disso, a existência das questões não garante sua utilização em sala de aula, assim sendo necessita-se de pesquisas que busquem analisar como são utilizadas as questões dos livros didáticos, assim como os conhecimentos dos professores e alunos que utilizam estes livros didáticos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRINI, A. *Praticando a Matemática*. Álvaro Andrini, Maria José Vasconcellos – 3. ed. Renovada. – São Paulo: Editora do Brasil, 2012. – (Coleção *Praticando a Matemática*), 6º ao 9º ano.

BARRETO, F. L. S.; BORBA, R. E .S. Como o raciocínio combinatório tem sido apresentado em livros didáticos de anos iniciais. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 10., 2010, Salvador. **Anais eletrônicos...** Salvador: UFBA, 2010.

BRASIL, Ministério da Educação e Desporto. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental. Matemática. Brasília, DF: MEC, SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação e Desporto. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Matemática. Brasília, DF: MEC, SEF, 1998.



BRASIL. **Guia de Livros Didáticos**: PNLD 2014: matemática. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2013.

BRASIL. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, **PNLD 2014** – Coleções mais distribuídas por componente curricular. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/arquivos/category/125-guias?download=8499:colecoes-mais-distribuidas-por-componente-curricular-ensino-fundamental>. Acesso 18 de fevereiro de 2014.

BORBA, R.E.S.R. Vamos arranjar, combinar e permutar: aprendendo combinatória desde os anos iniciais de escolarização. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11, 2013. Curitiba. **Anais eletrônicos...** Curitiba, 2013.

IMENES, Luiz Márcio. **Matemática**: Imenes e Lellis/ Luiz Márcio Imenes, Marcelo Lellis. – 2º ed. – São Paulo: Moderna, 2012. 6º ao 9º ano.

PESSOA, Cristiane & BORBA, Rute. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **ZETETIKÉ** – Cempem – FE – Unicamp, v. 17, jan-jun, 2009.

SILVA, J. J. **Análise dos Problemas Combinatórios em Livros Didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental**. 2015. 42 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2015.

VERGNAUD, G. El niño, las matemáticas y la realidad - Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Mexico: Trillas, 1991.

_____. O que é aprender?. In: BITTAR, M. e MUNIZ, C.A.(Org.) **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. Curitiba: Editora CRV, 2009.