



**II CONEDU**  
CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

## **MÉTODO DE ENSINO DA FUNÇÃO AFIM ANALISANDO OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA**

Gabriel dos Santos Souza Gomes<sup>1</sup>; Patrícia Melo Rocha<sup>2</sup>; Samya de Oliveira Lima<sup>3</sup>; Dennefe Vicencia Bendito<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Universidade Estadual da Paraíba – Centro de Ciências e Tecnologia, e-mail: gabrielmatem@hotmail.com

<sup>2</sup>Universidade Estadual da Paraíba – Centro de Ciências e Tecnologia, e-mail: mrocha.patricia@gmail.com

<sup>3</sup>Universidade Estadual da Paraíba – Centro de Ciências e Tecnologia, e-mail: samyasol@yahoo.com.br

<sup>4</sup>Universidade Estadual da Paraíba – Centro de Ciências e Tecnologia, e-mail: dennefe.ly@gmail.com

**Resumo:** O presente trabalho tem a finalidade de analisar um método de ensino da função afim envolvendo seu processo de ensino e aprendizagem desenvolvido com alunos do 1º ano do Ensino Médio da Rede Pública Estadual na cidade de João Pessoa/PB. O trabalho foi desenvolvido através de atividades envolvendo duas turmas da referida série, totalizando 83 alunos envolvidos. Foram desenvolvidas três atividades onde o objetivo principal era o de observar as transformações feitas pelos alunos entre os diferentes tipos de representação da função afim, identificando suas facilidades e dificuldades. Essas formas de representação da função afim foram baseadas nos PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais). Tomamos como referencial teórico os trabalhos de Raymond Duval. De modo geral, podemos notar que tivemos a preocupação de identificar se os registros de representação semiótica foram meios facilitadores ou não na relação de transformação de representações da função afim. Portanto, exploramos enfaticamente a multiplicidade de representações da referida função, onde os alunos realizaram tarefas que exigiam a conversão entre os registros.

**Palavras-chave:** Ensino Médio, Função Afim, Representação Semiótica

### **Introdução**

O conceito de função é um dos temas fundamentais na matemática. Muito já se pesquisou referente a este relevante tópico, o que não é diferente no que alusivo à função afim. De acordo com a vivência do autor através de suas experiências profissionais e acadêmicas e a grande relevância do assunto, escolheu-se o tema função afim, também



## II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

abordado pelo mesmo no ensino básico. Além disso, podemos notar a grande contribuição do conteúdo citado para outras ciências, pois muitos modelos utilizados em outras áreas são desenvolvidos através de funções. Muito se tem produzido no Brasil referente ao ensino de funções. Podemos notar uma grande elevação no interesse pelo tema, onde vemos inúmeras dissertações e teses neste âmbito. Neste trabalho, procuramos analisar o desempenho de alguns alunos do Ensino Médio quando trabalham com diferentes representações da função afim, tanto na prática quanto na teoria, verificando a interação entre as representações.

A opção pela função afim ao invés de qualquer outro tipo de função possivelmente abordado no ensino médio se decorreu pela observância de ser o primeiro tipo de função apresentado ao alunado e a grande dificuldade de aprendizagem da mesma, além da necessidade da real compreensão deste conteúdo para melhor absorção dos tipos de funções vindouros. Além disso, nos motivou a ideia de trabalhar sequencialmente as representações da função afim, abordando-as na seguinte ordem: linguagem natural, algébrica, tabular e gráfica. As tarefas propostas foram exercícios onde em cada um deles o aluno teria que trabalhar no mínimo com duas representações da função afim ao mesmo tempo. Trabalhamos com exercícios devidamente contextualizados em situações reais e envolvendo a interdisciplinaridade.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, no que se refere às Ciências da Natureza, mais especificamente a matemática, o aluno deve adquirir a capacidade de ler, interpretar e utilizar as representações matemáticas em seu cotidiano, com habilidade de relacionar tais atributos. Além disso, os PCN dão uma relevante ênfase a utilização da matemática na vida real, desenvolvendo uma cultura crítica e social, além de desenvolver a capacidade de raciocínio. Alguns pesquisadores ressaltam a importância da contextualização da matemática no cotidiano, como diz TUFANO:

Contextualizar é o ato de colocar no contexto, ou seja, colocar alguém a par de alguma coisa; uma ação premeditada para situar um indivíduo em lugar no tempo e no espaço desejado. Pode também ser entendida como uma espécie de argumentação ou uma forma de encadear ideias<sup>3</sup>. A contextualização é um ato particular. Cada autor, escritor, pesquisador ou professor contextualiza de acordo com suas origens, com suas raízes, com seu modo de ver as coisas com muita prudência. (TUFANO, 2001, p. 40)



## II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

No que se trata das funções, contextualizar é fundamental na relação entre as representações possíveis, podendo ser representadas através de tabelas, gráficos e expressões algébricas, por exemplo. Estas representações são facilmente encontradas na mídia cotidianamente. Além da contextualização, é de grande importância à interdisciplinaridade dentro da própria matemática, principalmente envolvendo a função afim, no que se trata do reconhecimento e transformação das diferentes formas de representação da mesma. Esta relação não depende do conteúdo a ser ensinado, é necessária a compreensão de que os resultados obtidos através deste tipo de trabalho podem ser mais abrangentes do que uma avaliação tradicional desenvolvida em sala de aula.

Daí, buscamos uma metodologia que proporcionasse uma relação entre o conceito matemático e suas aplicações práticas, visando o desenvolvimento de habilidades e competências que proporcionem ao aluno a relação entre diferentes tipos de representações da função afim: linguagem natural, expressões algébricas, tabelas e gráficos. Inicialmente, tínhamos a preocupação de procurar um referencial teórico para arquitetar o ensino da função afim. Assim, optamos pelos registros de representação semiótica, que se situam dentro da teoria cognitiva. Baseando-se nos conceitos psicológicos, a cognição envolve a capacidade do ser humano em processar informações, com reações e percepções envolvendo o mundo em volta de si mesmo.

Dentro da teoria cognitivista, voltada ao âmbito matemático, temos os registros de representação semiótica especificamente voltado para a aprendizagem matemática, pautando-se nos trabalhos de Raymond Duval. Ele procura descrever o funcionamento cognitivo que proporcione ao aluno compreender, dominar e executar os processos matemáticos propostos a ele, onde estas representações possibilitam a interação entre o elemento matemático e o pensamento, permitindo registros de representações diferentes de um mesmo objeto matemático. Duval define as representações de acordo com o citado por SANTOS:

As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos (sinais) pertencentes a um sistema de representação que tem suas dificuldades próprias de significância e de funcionamento. Uma figura, um enunciado, em linguagem natural, uma fórmula algébrica, um gráfico, são representações semióticas que salientam sistemas semióticos diferentes. (SANTOS, 2009)



Segundo Duval, não há conhecimento que possa ser estudado por um sujeito sem utilizar atividade alguma de representação. Isto ele não limita a matemática, mas a qualquer outro tipo de conhecimento. No campo matemático, Duval diz que:

A compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro. Isto porque não se deve jamais confundir um objeto e sua representação. ... os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivamente ou instrumentalmente (microscópios, aparelhos de medida, etc.). O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas. (DUVAL, 2005.)

Segundo Duval, As representações diferentes de um mesmo objeto não possui o mesmo conteúdo. Sendo assim, cada representação não apresentará as mesmas propriedades e características de um objeto. Portanto, notamos a aplicabilidade dos registros de representação semiótica no conteúdo matemático escolhido.

## **Metodologia**

Como já citado, este trabalho surgiu através da constatação da dificuldade dos alunos em compreender o conceito de função e sua utilização, pois necessita um pouco mais de uma compreensão abstrata na matemática relacionando áreas distintas, como álgebra e geometria. Os alunos, em sua maioria, não estão acostumados a trabalhar conteúdos que exigem abstração, complicando o desenvolvimento do conceito de função, além da necessidade de domínio de muitos conceitos teoricamente aprendidos anteriormente. GUZMAN diz que:

“Uma função não é: nem uma tabela de valores, nem uma representação gráfica, nem uma série de teclas de uma calculadora, nem uma fórmula. É tudo ao mesmo tempo”. “O conceito de função reflete uma multiplicidade de registros, relacionados todos entre si por meio da linguagem” (GUZMAN, 1989, apud Barallobres, 1998, p.122)

Portanto, em nossas ações exploramos as múltiplas representações da função afim, onde os alunos foram exigidos a converter os registros entre as formas de representação da função afim.

A pesquisa foi realizada em uma Escola Estadual localizada no subúrbio de João Pessoa, contendo cerca 900 alunos divididos nos três turnos. Tivemos a concordância e apoio da direção escolar, o que nos favoreceu. A escola possui pouco recurso tecnológico, não tendo



# II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

sala de informática nem auditório, por exemplo. A faixa etária dos alunos envolvidos no trabalho é de 15 a 20 anos.

Inicialmente, em uma primeira aula inicial, ministramos alguns conteúdos iniciais como a Teoria de Conjuntos, visando proporcionar uma base matemática mais forte para o estudo das funções. Além disso, reforçamos outros conteúdos matemáticos necessários para a transposição entre representações da função, como equações do 1º e 2º grau, por exemplo. Estes “reforços” foram feitos através de listas de resolução de problemas envolvendo o tema citado. As atividades foram realizadas em grupo e, por se tratar da resolução de problemas, proporcionou uma discussão a respeito da interpretação do enunciado assim como no planejamento da resolução. O docente atuou como mediador respondendo aos questionamentos dos alunos, mas sem fornecer a resposta do problema. Em outro momento, desenvolvemos o conteúdo de sistemas de equação do 1º grau, onde o ritmo passou a ser bem mais lento do que o inicial, até mesmo por se tratar de um conteúdo matemático dito um pouco mais complexo.

Durante toda a intervenção metodológica, o professor atuou como observador participante. Respondemos as indagações dos alunos e orientando sobre as posturas a serem adotadas para devida resolução dos problemas. Os alunos não tiveram acesso a nenhum tipo de material didático ou calculadora durante a resolução dos referidos problemas. Como as atividades foram desenvolvidas em grupo, criou-se um diálogo extremamente agradável e produtivo, criando um dinamismo incentivador à aprendizagem, estimulando a cooperação entre os alunos ao se depararem com um desafio a ser ultrapassado. A escolha dos grupos ficou por conta dos próprios alunos, com a aceitação a critério do professor.

## **Resultados e Discussão**

De modo geral, as atividades tinham a intenção de analisar a capacidade dos alunos em trabalhar com as diferentes formas de representação ou transformação da função afim. Nossa primeira atividade teve como objetivo a relação entre as representações algébricas e de linguagem natural da função afim. O enunciado dizia:



## II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

- 1) Uma renomada empresa de João Pessoa possui dois sócios. Mensalmente, eles dividem o lucro da empresa em partes iguais. A parte que cada um irá receber  $[f(x)]$  é função do lucro a ser dividido ( $x$ ). Que lei de formação representa esta relação?

Este enunciado, sucinto e em uma linguagem acessível, já deixa claro que a variável  $x$  representa o lucro e a  $f(x)$  o valor a receber por cada sócio. Por ser uma atividade introdutória, usamos o caso particular da função afim quando  $b=0$ . Dos 83 alunos, 15 responderam corretamente, 18 deixaram em branco e 50 deram outras respostas. Mais da metade dos alunos que deram outras respostas não interpretaram corretamente o enunciado e escreveram como expressão para  $f(x)$  as expressões:  $2x$ ,  $2$ ,  $2a + b$ ,  $2x + b$ , entre outras. Alguns alunos entenderam que a ideia seria dividir o valor do lucro por 2, mas não conseguiram exibir esta intenção na escrita de modo correto.

A segunda atividade foi criada com o objetivo de relacionar três representações da função afim: a linguagem natural, a forma algébrica e a forma tabular. O enunciado dizia:

- 2) Um segurança da agência do Banco do Brasil localizada no bairro de Cruz das Armas, em João Pessoa, tem o salário mensal fixo no valor de R\$560,00. Desejando aumentar sua receita, ele trabalha em uma boate no bairro de Tambaú com plantões noturnos onde recebe R\$60,00 por noite trabalhada. Responda o que se pede.

- a) Obtenha uma função que possibilite ao segurança encontrar seu salário mensal.
- b) Encontre o número mínimo de plantões necessários para gerar uma receita superior a R\$850,00.
- c) Construa uma tabela com o salário do segurança ao longo do mês quando ele trabalhar, além da agência bancária, nenhum plantão, quatro plantões ou 10 plantões na boate.

No item “a” desta atividade, nosso objetivo era o de perceber a realização de um tipo de transformação de representação semiótica, que é a conversão. Para isto, os alunos teriam que identificar cada valor dos coeficientes da função. Podemos inicialmente notar que, diferentemente da primeira atividade,  $b$  não é nulo. Dos 83 alunos participantes, 48 alunos escreveram a resposta corretamente ou parcialmente correta, 10 deixaram em branco e 25 não



## II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

responderam corretamente. Maioria das respostas erradas foram erros drásticos, mas dois deles chegaram com certa proximidade da resposta parcialmente ideal:  $f(x)=60x$  e  $f(x)=560x + 60$ .

No item “b”, nosso objetivo era o de notar a realização de dois tipos de transformação de representação semiótica: a conversão e o tratamento. Os alunos precisavam saber diferenciar a variável  $x$  da função  $f(x)$ , substituindo corretamente o salário como sendo  $f(x)$ . Dos 83 alunos participantes, 58 encontraram o número correto de plantões, 4 deixaram em branco e 21 cometeram erros. A maioria dos que erraram, responderam este item apenas considerando o valor do plantão noturno, sem notar a necessidade de inserção do R\$560,00. Isto demonstra a dificuldade de interpretação do enunciado e a devida associação ao item “a” para determinar o número de plantões.

No item “c”, o objetivo referente às representações semióticas é o mesmo apresentado no item “b”. Dos 83 alunos, 38 construíram a tabela corretamente, 12 deixaram em branco e 33 cometeram erros na construção. Dos 38 que construíram a tabela corretamente, 30 utilizaram a função  $f(x)=60x + 560$  para encontrar os valores desejados e expor na tabela. Os outros 8 utilizaram apenas a forma  $f(x)=60x$ . Das respostas errôneas, alguns utilizaram uma função equivocada encontrada por eles próprios no item “a” e alguns outros, que responderam o item “a” corretamente, não souberam relacionar a expressão encontrada com os valores a serem inseridos na tabela pedida.

A terceira atividade foi criada objetivando relacionar três formas de representação da função afim: tabular, algébrica e gráfica. O enunciado dizia:

3) Construa, num plano cartesiano, o gráfico das funções:

a)  $f(x)=-2x+5$

b)  $f(x)=1/2 x + 4$

O objetivo continua sendo o de realizar duas formas de transformação de representação semiótica: a conversão e o tratamento. Sugerimos aos alunos que construísse uma tabela em cada função relacionando os valores das variáveis  $x$  e  $y=f(x)$ , determinando pelo menos dois pontos da função. Esta sugestão não foi obrigatória. No item “a”, dos 83 alunos participantes, 25 construíram a forma tabular e gráfica corretamente, 5 construíram a



forma tabular corretamente mas erraram na parte gráfica, 13 alunos cometeram erros na forma tabular, mas obtiveram o gráfico correto de acordo com a tabela montada por ele, 2 deixaram em branco e 38 erraram a forma tabular e gráfica. Escolhemos uma função decrescente de modo proposital, pois podemos notar a relação dos alunos envolvendo as operações básicas com números inteiros. Maior parte dos alunos que cometeram erros na forma tabular errou em cálculos aritméticos, mostrando um provável despreparo dos alunos em relação às operações básicas da matemática.

No item “b”, ressaltamos mais uma vez a sugestão dada, onde deveriam construir inicialmente uma tabela para obter ao menos dois pontos da função. Para a construção desta tabela neste item, faz-se necessária uma maior cautela devido o coeficiente angular da função afim ser um número racional. Dos 83 alunos envolvidos, 10 construíram a forma tabular e gráfica corretamente, 3 construíram a forma tabular corretamente mas erraram na representação gráfica, 11 erraram a forma tabular, mas construíram o gráfico corretamente de acordo com a tabela montada por ele, 21 deles deixaram em branco e 38 erraram na forma tabular e gráfica. Escolher o coeficiente angular como um número racional foi proposital assim como no item “a”, pois podemos detectar a fragilidade com o manuseio das operações básicas. Quase 90% dos alunos que erraram a forma tabular apresentaram erros aritméticos graves.

Em nossas atividades, procuramos trabalhar de forma contextualizada com situações possivelmente encontradas no cotidiano do aluno, tentando facilitar a compreensão e interpretação do enunciado.

## Conclusão

Nos últimos anos, podemos notar a enorme elevação de pesquisas realizadas envolvendo as funções matemáticas, tanto em instituições públicas quanto em privadas. Este tema está em pauta principalmente no que se trata de formação de professores, história da matemática, uso de tecnologias, tanto na educação básica quanto na superior. Em nosso



## II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

trabalho, utilizamos as quatro formas de registros de representação da função afim, buscando descobrir em quais conversões os alunos apresentavam maiores dificuldades e facilidades.

Cada vez mais os alunos chegam ao Ensino Médio com grande deficiência de leitura, escrita e interpretação de informações matemáticas, assim como nas operações básicas, dificultando o processo de aprendizagem, pois afeta o raciocínio e a capacidade de abstração neste processo. Por este e outros motivos, tivemos o cuidado de que todos os alunos envolvidos participassem efetivamente das atividades, independentemente de seus desempenhos.

Podemos notar alguns resultados com índices muito baixos de acertos, demonstrando a grande dificuldade dos alunos na conversão entre representações. Em nossas atividades, notamos que a percepção do valor correto para os coeficientes da função afim foi dificultosa. Geralmente, quando foi feita a leitura e interpretação do enunciado apenas, obteve-se um ótimo índice de acertos. A transformação da linguagem natural para a representação algébrica foi a mais destoante, pois observamos muita dificuldade nesta conversão. Este problema de conversão persistiu constante nas atividades.

No que se tratou das transformações por tratamento, observou-se o péssimo índice de acertos, errando nos dados de manipulação da tabela. A construção de tabela de dados obteve diversos erros oriundos principalmente da dificuldade da manipulação de dados aritméticos básicos. A construção do gráfico no plano cartesiano também foi dificultosa, principalmente na marcação dos pontos. Mesmo assim, a conversão da forma tabular para a forma gráfica foi a mais satisfatória, superando a conversão da forma algébrica para tabular.

Notamos que, as deficiências nas operações básicas e na aritmética trouxeram um grande desgaste físico e emocional na realização das atividades. Falou-se muito em desistir e a realização de contas sem estímulo foi intensificada, além de citarem o cansaço durante a atividade. De modo geral, nas atividades desenvolvidas notamos que ao interpretar corretamente o enunciado, os alunos constroem a forma tabular usando um raciocínio algébrico coerente, além de possuírem um pouco de facilidade na conversão da forma tabular para a forma gráfica, mesmo não reconhecendo a articulação entre os diferentes registros.



## II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

Deparamos-nos com resultados semelhantes aos ratificados em algumas pesquisas semelhantes já desenvolvidas. As maiores dificuldades estão nas conversões que envolvem as representações algébricas, onde todas as atividades que a apresentam possuem baixo rendimento. Como esta forma envolve uma linguagem própria da matemática, os alunos acreditam que dela não é possível retirar alguma informação, como se fossem apenas letras e número com nenhum significado. Os discentes dificilmente notam que a linguagem natural e a representação algébrica podem significar um mesmo objeto matemático.

Outra grande dificuldade apresentada é na conversão para a forma gráfica. Muitos alunos não conseguem transformar a representação gráfica para a tabular ou algébrica, por exemplo, mesmo fazendo o processo inverso com alguma facilidade. Os alunos não conseguem analisar um gráfico com propriedade, retirando dali os dados necessários para formação da representação algébrica ou tabular, por exemplo. A utilização da forma tabular foi a mais proveitosa. A passagem da linguagem natural para a forma tabular obteve bons resultados. Da forma algébrica para a tabular já houve um pouco mais de dificuldade.

Mediante todos os resultados, a utilização dos registros facilitou o ensino da Função Afim e facilitou a detecção das facilidades e dificuldades deste processo, envolvendo a conversão e o tratamento. Ao utilizarmos procedimentos metodológicos adequados, estamos proporcionando uma melhor análise real do aproveitamento dos alunos mediante o assunto trabalhado. No caso da função afim, a utilização de diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático contribui na capacitação dos alunos no que diz respeito aos processos de reconstrução do conhecimento, principalmente quando as atividades são desenvolvidas em grupo, como fizemos. Estas ações em grupo envolvendo as devidas tomadas de decisões proporcionam aos discentes o desenvolvimento da ética e cidadania.

### Referências



## II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

BRASIL. *Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica*. Ministério da Educação da Educação. Secretaria de Educação Básica: diretoria de currículos e educação integral. Brasília, 2013.

BRASIL. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional* (Lei 9.394 de 20 de dezembro de 1996) [online]. Disponível em <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/19394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm)>.

SANTOS, Cintia Aparecida Bento dos; CURI, Edda. *Alguns aspectos de articulação entre as teorias da didática francesa e suas contribuições para formação de professores*. REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática. v.4.5, p.53-66, UFSC: 2009.

DUVAL, Raymond. *Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática*. IN: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica*. Campinas, São Paulo. Papirus, p. 11-33, 2ª ed, 2005.

TUFANO, Wagner. *Contextualização*. In: Fazenda, Ivani Catarina Arantes (Org.). *Dicionário em Construção: interdisciplinaridade*. São Paulo: Cortez, 2001.

BARALLOBRES, Gustavo Néstor. *O conceito de função como modelo matemático*. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada). UNICAMP, Campinas, 1998.